Caos

Robert Bishop
Modo de citar:
Bishop, Robert. 2016. "Caos". En Diccionario Interdisciplinar Austral, editado por Claudia E. Vanney, Ignacio Silva y Juan F. Franck. URL=[*http://dia.austral.edu.ar/Caos*](http://dia.austral.edu.ar/Caos)

Versión española de [Chaos](), de la Stanford Encyclopedia of Philosophy.

Traducción: Alan Heiblum

Lo interesante acerca de la teoría del caos, se cree, es que aun el más pequeño de los cambios en un sistema puede provocar enormes diferencias en su comportamiento. El llamado efecto mariposa se ha vuelto una de las imágenes más populares del caos. La idea es que el aleteo de las alas de una mariposa en Argentina podría causar un tornado en Texas tres semanas más tarde. En cambio, en una réplica exacta del mundo sin la mariposa argentina, ninguna tormenta hubiera surgido así en Texas. La versión matemática de esta propiedad se conoce como dependencia sensible. Sin embargo, resulta que la dependencia sensible es noticia vieja, así que algunas de las implicaciones que desde ahí fluyan tal vez no resulten 'tan interesantes' después de todo. Aún así, los estudios acerca del caos han puesto de relieve estas implicaciones en una manera original, así como han conducido a pensar en otras implicaciones también.

Además de exhibir una dependencia sensible a las condiciones iniciales, los sistemas caóticos poseen otras dos propiedades: son deterministas y no lineales (Smith 2007). En esta entrada se analizan los sistemas que exhiben estas tres propiedades y las implicaciones filosóficas que puedan tener en las teorías y la comprensión teórica, la confirmación, la explicación, el realismo, el determinismo, el libre albedrío y la conciencia, la acción humana y la acción divina.

1 Definiendo caos: determinismo, no linealidad y dependencia sensible ↑

El fenómeno matemático del caos es estudiado en ciencias tan diversas como astronomía, meteorología, biología de poblaciones, economía y psicología social. Mientras que hay pocos mecanismos causales que dichas disciplinas tan diversas tengan en común (si es que los hay), el comportamiento fenomenológico del caos –e.g. sensibilidad al más pequeño cambio en las condiciones iniciales o un comportamiento impredecible y de apariencia azarosa que no obstante sigue reglas precisas–, aparece en muchos de los modelos de estas disciplinas. La presencia de un comportamiento caótico similar en campos tan diversos plantea ciertamente un desafío a nuestro entendimiento del caos como fenómeno.

1.1 Breve historia del caos ↑

Se podría afirmar que Aristóteles ya tenía conocimiento de algo similar a lo que hoy se conoce como dependencia sensible. En sus escritos sobre metodología y epistemología, observó que "la mínima desviación de la verdad se multiplica luego por miles" (Aristóteles 1985, 271b8). Que pequeñas perturbaciones puedan crecer exponencialmente para producir efectos substanciales en el comportamiento de un sistema físico llegó a ser un fenómeno de intensa investigación, comenzando con el famoso artículo de Edward Lorenz (1963). En este artículo, Lorenz nota que un particular modelo meteorológico podía exhibir una exquisita sensibilidad a los pequeños cambios en sus condiciones iniciales. Irónicamente, el marco para formular las preguntas sobre la dependencia sensible ya había sido articulado en 1922 por el matemático francés Jacques Hadamard, quien sostuvo que cualquier solución que exhibiera dependencia sensible era una señal de que el modelo matemático describía incorrectamente su sistema de destino.

Sin embargo, algunos científicos y matemáticos anteriores a Lorenz ya habían examinado este fenómeno aunque estas fueron básicamente investigaciones aisladas que nunca constituyeron un campo de investigación reconocible o sostenido, como sucedió luego de la publicación del artículo seminal de Lorenz. La dependencia sensible a las condiciones iniciales (DSCI) de algunos sistemas ya había sido reconocida por James Clerk Maxwell (1876, 13), quien describió dicho fenómeno como un caso donde "el axioma físico" (de antecedentes similares se siguen consecuencias similares) es violado. Por su parte, Maxwell pensó que este tipo de comportamiento se hallaría únicamente en sistemas con un número suficientemente grande de variables (que poseen, en este sentido numérico, un nivel suficiente de complejidad). Henri Poincaré (1913), por otra parte, reconoció más adelante, que este mismo comportamiento podía observarse en sistemas con un número pequeño de variables (sistemas simples que exhiben un comportamiento asaz complejo). Pierre Duhem, basado en trabajos realizados por Hadamard y Poincaré, describió con mayor claridad las consecuencias prácticas de la DSCI para los científicos interesados en deducir consecuencias matemáticamente precisas de los modelos matemáticos (Duhem 1982, 138–142).

Poincaré expuso algunos ejemplos que, vistos en retrospectiva, pueden ser de utilidad para despertar dudas acerca de la pertinencia de tomar el crecimiento explosivo de efectos pequeños como condición suficiente para obtener una definición de caos. En primer lugar, considérese un cono perfectamente simétrico en perfecto equilibrio sobre su punta, con la fuerza de la gravedad como la única fuerza que actúa sobre él. En ausencia de cualquier fuerza que pudiera afectarlo, el cono mantendrá este equilibrio inestable por siempre. Este equilibrio resulta inestable porque el más pequeño empujón de, por ejemplo, una molécula de aire causará que el cono caiga, pero el cono podría caer en cualquier dirección debido a mínimas diferencias en varias perturbaciones que surgen como consecuencia de las colisiones con diferentes moléculas. En este caso, las variaciones en las causas más ligeras dan lugar a efectos dramáticamente distintos (una violación del axioma de físico de Maxwell). Si se graficara la caída de este cono inestable, observaríamos que a partir de un pequeño conjunto de condiciones iniciales, un elevado número de diferentes trayectorias que se originan en este conjunto comenzarían a divergir rápidamente unas de otras.

El concepto de trayectorias vecinas que divergen o crecen alejándose unas de otras juega un rol importante en la discusión sobre el caos. Para caracterizar dicha divergencia, tres marcas de la tasa de crecimiento son útiles: el lineal, el exponencial y el geométrico. *El crecimiento lineal* puede ser representado mediante la simple expresión $y = ax+b$, donde a es una constante positiva y arbitraria y b es una constante arbitraria. Un caso especial de crecimiento lineal es ilustrado por un tablero de ajedrez en el que se acumulan arroces ($a = 1$, $b = 0$). Dada la regla que pide poner un arroz en el primer cuadro, dos en el segundo, tres arroces en el tercero, y así en adelante, el ejercicio se termina con 64 arroces en la última casilla. Y el número total de arroces en el tablero ascenderá a 2080. El *crecimiento exponencial* puede ser representado por la expresión $y = n_o e^{ax}$, donde *no* es cierta cantidad inicial (digamos el numero inicial de arroces a ser acumulados) y a es una constante positiva y arbitraria. Es llamada 'inicial' porque cuando $x = 0$ (el 'tiempo inicial') tenemos $y = n0$. Yendo de regreso a la analogía de los arroces acumulados ($a = 1$), ponemos nuevamente un arroz en la primera casilla, pero ahora tocan 2,7 arroces en la segunda casilla, cerca de 7,4 arroces en el tercer recuadro y así en adelante, ¡finalizando con cerca de $6{,}2 \times 10^{27}$ arroces acumulados en la última casilla! Claramente, el crecimiento exponencial sobrepasa rápidamente el crecimiento lineal. Finalmente, tenemos el *crecimiento geométrico*, que puede ser representado por la expresión $y = a^{bx}$, donde a y b son constantes arbitrarias y positivas. Nótese que para el caso de $a = e$ y $b = 1$ se recupera el caso exponencial. [1]

Muchos autores consideran una importante marca del caos el que las trayectorias que parten de puntos cercanos diverjan unas de otras exponencialmente rápido. No obstante, es posible que las trayectorias diverjan aún más rápido que exponencialmente. Tómese el ejemplo dado por Poincaré de una molécula dentro de un gas de N moléculas. Si dicha molécula sufriera la más mínima desviación de su punto de salida inicial y se comparasen sus trayectorias desde estos dos puntos de partida ligeramente distintos, las trayectorias resultantes diferirían en una tasa geométrica, elevada a la n, debido a las n colisiones subsecuentes, cada una siendo distinta de la esperada si no hubiera habido el mínimo cambio en las condiciones iniciales.

Un tercer ejemplo discutido por Poincaré es el de un hombre de negocios que camina por una calle rumbo a su trabajo. Mientras tanto, sin saberlo él, un albañil trabaja en el techo de un edificio de la misma calle. Accidentalmente el albañil tira un ladrillo que mata al hombre de negocios. Por supuesto el hombre de negocios comenzó su recorrido en un tiempo particular, de haberlo iniciado en un momento ligeramente anterior o posterior ¡el resultado hubiera sido completamente distinto!

1.2 Definiendo Caos ↑

Muchos piensan intuitivamente que el ejemplo del hombre de negocios que camina a su trabajo es cualitativamente diferente de los otros dos ejemplos de Poincaré y que no está relacionado en ningún sentido con el tema del caos. Sin embargo, el cono que cae luego de estar en equilibrio inestable sobre su punta, tampoco es un sistema caótico en tanto que no posee las características usualmente elegidas para identificar los casos que pertenecen a las dinámicas caóticas, tales como el comportamiento no lineal (ver más adelante). Más aún, el cono tiene un único punto inestable –su punta–, mientras que el caos usualmente requiere inestabilidad en todas los puntos cercanos a una región (ver también más adelante). Para poder identificar un sistema como caótico o no, necesitamos una definición o una lista de características distinguibles. De todos modos, llegar a una definición operativa y de amplia aplicación ha sido extremadamente problemático.

1.2.1 Sistemas dinámicos y deterministas ↑

Para empezar, el caos es típicamente entendido como una propiedad matemática de un sistema dinámico. Un sistema dinámico es un modelo matemático determinista, donde el tiempo puede ser una variable continua o discreta. Dichos modelos pueden ser estudiados como objetos matemáticos o pueden ser utilizados para describir un sistema de interés (dígase un sistema físico, biológico o económico). A lo largo de este artículo regresaré al tema del uso de modelos matemáticos para representar sistemas reales del mundo.

Para nuestros propósitos consideraremos que un modelo matemático es determinista si exhibe una evolución única:

(Evolución única)

De un estado dado del modelo se sigue siempre la misma historia de transiciones de estado.

Un ejemplo sencillo de un sistema dinámico sería el de las ecuaciones que describen el movimiento de un péndulo. A menudo se hace referencia a las ecuaciones de un sistema dinámico como ecuaciones dinámicas o de evolución que describen el cambio en el tiempo de las variables adoptadas para describir adecuadamente el sistema a estudiar (e.g. la velocidad como función del tiempo para un péndulo). Una especificación completa del estado inicial de tales ecuaciones se conoce como las condiciones iniciales para el modelo, mientras que una caracterización de los límites para la frontera del modelo se conoce como las condiciones de frontera o contorno. Un ejemplo simple de un sistema dinámico serían las ecuaciones que modelan el vuelo de una bola de goma disparada por un pequeño cañón hacia una pared. La condición de frontera podría ser que la pared no absorbe la energía cinética (energía de movimiento) de manera que la bola rebota en la pared sin pérdida de energía. Las condiciones iniciales serían la posición y velocidad de la pelota al salir de la boca del cañón. El sistema dinámico describiría, entonces, el vuelo de la pelota hacia y desde la pared.

Aunque algunas discusiones popularizadas han afirmado que el caos invalida el determinismo, no hay inconsistencia alguna en tener sistemas con la propiedad de evolución única al tiempo que exhiben un comportamiento caótico. Mientras que resulta cierto que una aparente aleatoriedad puede ser generada si el espacio de estados (ver más adelante) que se utiliza para analizar el comportamiento caótico es de grano grueso, esto produce únicamente una forma epistémica de indeterminismo. Las ecuaciones subyacentes se mantienen completamente deterministas. Un cese en el determinismo del sistema caótico puede únicamente venir de que algún tipo de indeterminismo haya sido introducido de manera tal que la propiedad de evolución única devino falsa (e.g. ver apartado §4 más adelante).

1.2.2 Dinámica no-lineal ↑

Los sistemas dinámicos de interés para el estudio del caos son no-lineales, como las ecuaciones de Lorenz para modelar fluidos:

(Lorenz) $dx/dt = -\sigma x+\sigma y$; $dy/dt = -xz+rz-y$; $dz/dt = xy+bz$

Un sistema dinámico se caracteriza por ser lineal o no lineal en función de la naturaleza de las ecuaciones de movimiento que describen el sistema de interés. Para ser concretos, considérese un sistema de ecuaciones diferenciales, como $d\boldsymbol{x} / dt = \boldsymbol{Fx}$ para un conjunto de variables $\boldsymbol{x} = x_1, x_2, ..., x_n$. Estas variables pueden representar posiciones, momentos, concentración química u otras características claves del sistema a estudiar. El sistema de ecuaciones nos dice cómo estas variables claves cambian con el tiempo. Supongamos que $\boldsymbol{x}_1(t)$ y $\boldsymbol{x}_2(t)$ son soluciones del sistema ecuación $d\boldsymbol{x} / dt = \boldsymbol{Fx}$. Si el sistema de ecuaciones es lineal, puede demostrarse fácilmente que $\boldsymbol{x}_3(t) = a\boldsymbol{x}_1(t) + b\boldsymbol{x}_2(t)$ es también una solución, donde a y b son constantes. Esto se conoce como *el principio de superposición lineal*. Por ende, si la matriz de coeficientes $\boldsymbol{F}$ no contiene ninguna de las variables $\boldsymbol{x}$ o funciones de ellas, entonces el principio de superposición lineal se mantiene. Si el principio de superposición lineal se mantiene, entonces, en general el sistema se comporta linealmente si cualquier cambio multiplicativo en una variable, por un factor *a,* digamos, implica un cambio multiplicativo o proporcional de su producto por *a*. Por ejemplo, si el lector comienza una reproducción con su equipo de música a un volumen bajo y mueve el control del volumen un poco, el volumen aumentará un poco. Si ahora gira el control el doble, el volumen aumentará el doble. Este es un ejemplo de una respuesta lineal. En un sistema no lineal, tal como el de (Lorenz), la superposición lineal falla y un sistema no necesita cambiar proporcionalmente al cambio en la variable. Si se sube demasiado el volumen, el volumen no solo puede aumentar más de lo debido, sino que también pueden aparecer silbidos y otras distorsiones en el sonido. Estos son ejemplos de una respuesta no lineal.

1.2.3 Espacio de estados y la suposición del modelo fiel ↑

Gran parte de la modelización de sistemas físicos tiene lugar en lo que se llama espacio de estados, un espacio matemático abstracto de puntos, donde cada punto representa un posible estado del sistema. Así cada estado instantáneo queda caracterizado por los valores instantáneos de las variables consideradas cruciales para obtener una descripción completa del estado. Una de las ventajas de trabajar con un espacio de estados es que a menudo nos permite estudiar las propiedades geométricas de las trayectorias del sistema de interés sin que sea necesario conocer las soluciones exactas de las ecuaciones dinámicas. Cuando el estado del sistema queda completamente caracterizado por las variables de posición y momento, el espacio resultante recibe el nombre de espacio de fase. Un modelo puede ser estudiado con un espacio de estados siguiendo su trayectoria desde el estado inicial hasta cierto estado final elegido. Las ecuaciones de evolución gobiernan el camino –la historia de las transiciones de estados– del sistema en el espacio de estados.

Sin embargo, deben tenerse en cuenta algunos supuestos cruciales que se están haciendo aquí. Estamos suponiendo, por ejemplo, que un estado de un sistema se caracteriza por los valores de las variables cruciales y que un estado físico se corresponde vía estos valores a un punto en el espacio de estados. Estas suposiciones nos permiten desarrollar modelos matemáticos para la evolución de estos puntos en el espacio de estados y se toma que dichos modelos representan (tal vez a través de un isomorfismo o alguna relación más complicada) el sistema físico de interés. En otras palabras, lo que estamos suponiendo es que nuestros modelos matemáticos son representaciones fieles de los sistemas físicos y que los espacios de estados empleados representan fielmente el espacio de posibilidades reales de los sistemas de estudio. Este conjunto de supuestos es conocido como la suposición del modelo fiel (e.g. Bishop 2005, 2006) y, en su límite idealizado –el escenario del modelo perfecto– puede autorizar el brinco (quizá descuidado) entre lo que se dice del modelo y lo que se dice del sistema (i.e. lo que es verdadero para el modelo es también verdadero para el sistema de interés y viceversa). En el contexto de modelos no lineales, la fidelidad parece ser inadecuada (§3).

1.2.4 Definiciones cualitativas del caos ↑

La pregunta clave para definir al caos es básicamente la pregunta de ¿qué hace a los sistemas dinámicos como (1) caóticos en lugar de no-caóticos? Stephen Kellert define la teoría del caos como “el estudio cualitativo del comportamiento inestable y aperiódico de los sistemas dinámicos no lineales” (Kellert 1993, 2). Esta definición restringe el caos a ser una propiedad de los sistemas no lineales (aunque en (1993) Kellert resulta un tanto ambiguo respecto de si el caos es únicamente el comportamiento de los modelos matemáticos o de los propios sistemas del mundo real). Esto es, el caos es principalmente una propiedad de un tipo particular de modelos matemáticos. Aún más, la definición de Keller recoge dos características claves que están simultáneamente presentes: inestabilidad y aperiodicidad. Los sistemas inestables son aquellos que exhiben DSCI. Comportamiento aperiódico significa que el sistema de variables nunca repite ningún valor de una manera regular. Considero que la parte de ‘teoría’ de la definición de Kellert guarda mucha relación con ‘el estudio cualitativo’ de dichos sistemas, así que dejaré dicha parte para la sección §2. El caos, entonces, parece ser el comportamiento inestable y aperiódico de los sistemas dinámicos no lineales.

Esta definición es tanto cualitativa como restrictiva. Es cualitativa en tanto que no existe un criterio matemático preciso para la naturaleza inestable y aperiódica del comportamiento en cuestión, aunque de hecho hay algunas formas para caracterizar estos aspectos (las nociones de sistema dinámico y no-linealidad tienen un sentido matemático preciso). Claramente uno puede anexar definiciones matemáticas precisas de inestabilidad y aperiodicidad, pero esta precisión podría no conducirnos a mejoras sustanciales en la definición. (Ver más adelante).

La definición es restrictiva en tanto que limita al caos a ser una propiedad de los modelos matemáticos, de modo que su importancia para los sistemas físicos reales se atenúa. Llegados a este punto debiéramos invocar la suposición del modelo fiel –a saber, que los modelos matemáticos y sus espacios de estados tienen una correspondencia cercana a los sistemas de estudio y sus posibles comportamientos– para forjar un eslabón entre esta definición y el caos en los sistemas reales. Aquí, dos preguntas relacionadas saltan inmediatamente:

1. ¿Cuán fieles son nuestros modelos? ¿Cuán fuerte es su correspondencia con el sistema de estudio? Preguntas que nos sitúan en los problemas del realismo y la explicación (§5) así como de la confirmación (§3).
2. Las características arrojadas por nuestros análisis matemáticos, e.g. la caracterización de inestabilidad, ¿podrían terminar siendo no más que sobresimplificaciones o resultar tan problemáticas al punto de que su aplicación para los sistemas físicos no sea de utilidad?

Más aún, la definición de Kellert podría ser demasiado amplia como para incluir solamente comportamientos caóticos. Por ejemplo, sea x_n+1 = cx_n| un mapa iterativo. Este mapa exhibe, obviamente, órbitas que son inestables y aperiódicas únicamente. Por ejemplo, para los valores escogidos c = 1.1| y x_0 = .5|, las iteraciones sucesivas continuarán aumentando sin nunca regresar al valor original x_0|. Así que la definición de Kellert clasificaría el mapa como caótico, pero el mapa no posee ninguna otra propiedad que lo califique como caótico. Esto sugiere que la definición de Kellert incluye un conjunto mayor de comportamientos que los normalmente aceptados como caóticos.

Parte del artículo (1993) de Robert Batterman discute definiciones problemáticas del caos, a saber, aquellas que se enfocan en las nociones de impredecibilidad. Ciertamente, esto no resulta necesario ni suficiente para diferenciar al caos del simple comportamiento aleatorio. Y de hecho Batterman no especifica una definición alternativa de caos. Lo que sugiere, es que la inestabilidad exponencial –la divergencia exponencial entre dos trayectorias que partieron de una misma vecindad– es una condición necesaria, pero deja abierta la cuestión de si esta condición resulta también suficiente.

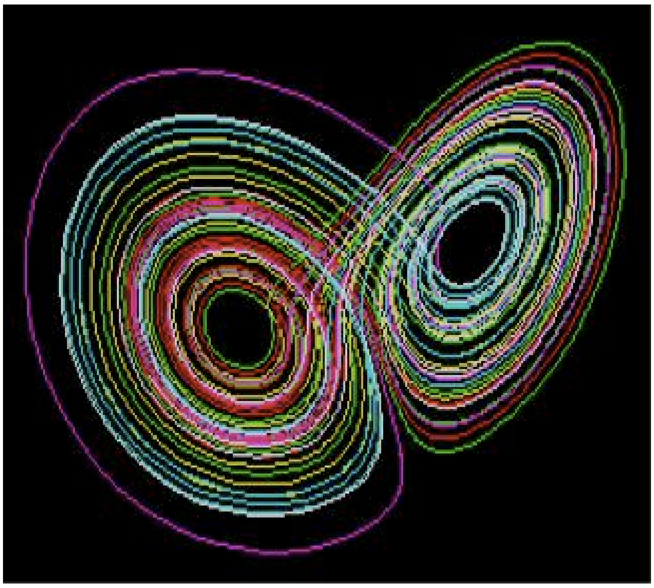

Figura 1: El atractor de Lorenz

Sin embargo, lo que sí parece ser una característica crucial para el caos según Batterman –una definición si se quiere– es la presencia de un tipo de mecanismo de "estirado y plegado" en la dinámica (ver la discusión de la página 49 y figura 5 de su ensayo). Básicamente dicho mecanismo causará que algunas trayectorias converjan rápidamente mientras que otras diverjan rápidamente. Dicho mecanismo tendería a causar que trayectorias provenientes de varios puntos en una vecindad pequeña del espacio de estados se mezclaran y separaran de manera dramática. Por ejemplo, algunas trayectorias inicialmente vecinas en el atractor de Lorenz (figura 1) se separan, terminando algunas en uno de los extremos y otras en el otro. Este estirado y plegado es parte de lo que nos conduce a elaborar definiciones de la distancia entre trayectorias en los espacios de estados como trayectorias que aumentan (divergen) en promedio.

Batterman cree que la presencia de dicho mecanismo en la dinámica es una condición necesaria para el caos. Así, estas características definitorias podrían ser aplicadas tanto a los modelos matemáticos como a los sistemas del mundo real, aunque la identificación de dichos mecanismos en el sistema de estudio puede tener su maña.

1.2.5 Definición cuantitativa del caos ↑

Empecemos con la propiedad de DSCI y distingamos entre dependencia sensible débil (DSD) y dependencia sensible fuerte (DSF) (de alguna manera siguiendo a Smith 1998). La dependencia sensible débil puede caracterizarse de la siguiente manera. Considérese el propagador $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}(t))$, una función que desarrolla las trayectorias $\boldsymbol{x}(t)$ en el tiempo (un ejemplo de un propagador así es provisto en el apéndice.) Sea $\boldsymbol{x}(0)$ y $\boldsymbol{y}(0)$ las condiciones iniciales de dos trayectorias distintas. Entonces:

(DSD)

Un sistema caracterizado por $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}(t))$ tiene la propiedad de dependencia sensible débil para estas condiciones iniciales si y solo si: $\exists\varepsilon>0 \forall \boldsymbol{x}(0)\ \forall\delta>0\ \exists t>0\ \exists \boldsymbol{y}(0)\ [\ |\boldsymbol{x}(0) - \boldsymbol{y}(0)| <\delta$ y $|\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}(t)) - \boldsymbol{J}(\boldsymbol{y}(t))| >\varepsilon\ ]$.

La idea fundamental es que el propagador actúe de manera tal que sin importar cuán cerca se encuentren $\boldsymbol{x}(0)$ y $\boldsymbol{y}(0)$, la trayectoria iniciada en $\boldsymbol{y}(0)$, eventualmente divergirá de la trayectoria iniciada en $\boldsymbol{x}(0)$ en un valor ε. Sin embargo, DSD no especifica la tasa de divergencia (es compatible con tasas de divergencia lineal) ni especifica cuántos puntos en derredor de $\boldsymbol{x}(0)$ darán lugar a trayectorias divergentes (podría tratarse de un conjunto de cualquier medida, e.g. cero). Típicamente un sistema no se considera caótico a menos que todos los puntos cercanos en un espacio de estados puedan generar trayectorias divergentes.

Por otra parte, el caos usualmente se caracteriza mediante la dependencia sensible fuerte:

(DSF)

∃λ tal que para casi todos los puntos $\boldsymbol{x}(0)$, ∀δ>0 ∃t>0 tal que para todos los puntos $\boldsymbol{y}(0)$ en una pequeña vecindad (δ) en torno a $\boldsymbol{x}(0)$ [$|\boldsymbol{x}(0) - \boldsymbol{y}(0)|<\delta$ y $|\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}(t)) - \boldsymbol{J}(\boldsymbol{y}(t))| \approx |\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}(0)) - \boldsymbol{J}(\boldsymbol{y}(0))|e^{\lambda t}$],

donde la salvedad "casi todos" debe entenderse como aplicada a todos los puntos en un espacio de estados excepto por un conjunto de medida cero. Aquí λ se interpreta como el exponente global máximo de Lyapunov (ver Apéndice) y se considera que representa la tasa promedio de divergencia de las trayectorias vecinas que parten desde alguna pequeña vecindad centrada en torno a $\boldsymbol{x}(0)$. Cuando λ>0 significa que habrá un crecimiento exponencial (en cambio, si λ<0 habrá convergencia). En general, dicho crecimiento no puede extenderse por siempre. Si el sistema está limitado en el espacio y en el momento, habrá límites acerca de qué tanto pueden divergir las trayectorias vecinas unas de otras.

Tomemos en cuenta que de acuerdo con DSF, los primeros dos ejemplos de Poincaré no resultarían de utilidad para caracterizar los sistemas caóticos (el primero exhibe un rango completo de tasas de crecimiento desde cero hasta exponencial, mientras que el segundo exhibe un crecimiento mayor que exponencial). Por otra parte, ambos ejemplos *sí* satisfacen DSD.

Una estrategia para divisar una definición de caos es comenzar con mapas discretos para luego generalizar hacia los casos continuos. Por ejemplo, si uno comienza con un sistema continuo, usando la superficie de sección de Poincaré –a grandes rasgos, se define un plano bidimensional y se mapean las intersecciones de las trayectorias con este plano–, entonces un mapa discreto puede ser generado. Si el sistema continuo original exhibe un comportamiento caótico, entonces el mapa discreto generado por la superficie de sección también será caótico porque dicha sección también conservará las mismas propiedades tipológicas que el sistema continuo. La influyente definición del caos de Robert Devaney de (1989) fue propuesta justo de esta manera.

Sea *f* una función definida en el espacio de estados *S*. Para el caso continuo *f* variará continuamente en *S* y podremos tener una ecuación diferencial que especifica cuánto varía *f*. Para el caso discreto *f* puede ser pensada como un mapeo que puede ser sujeto a múltiples iteraciones o nuevas aplicaciones. Para indicar esto, podemos escribir $f^n(x)$, que significa que *f* es la *n* iteración. Por ejemplo, $f^3(x)$ indicaría que *f* ha sido aplicada tres veces, $f^3(x) = f(f(f(x)))$ (El artículo de Robert May de 1976 ofrece una interesante explicación sobre el mapeo $x_{n+1}= rx_n(1 - x_n)$, que deviene en el modelado de la dinámica de las relaciones presa-predador). Más aún, sea *K* un subconjunto de *S*. Entonces *f*(*K*) representa la aplicación de *f* al conjunto de puntos *K*, esto es, *f* mapea el conjunto *K en f*(*K*). Si *f*(*K*) = *K*, entonces *K* es un conjunto *invariante* bajo *f*.

Ahora bien, la definición de Devaney puede formularse de la siguiente manera:

(**Caos***d*)

Un mapa continuo *f* es *caótico* si *f* tiene un conjunto invariante *K*⊆*S* tal que:

1. *f* satisface DSD en *K*,
2. El conjunto de puntos que inician órbitas periódicas es denso en *K*, y
3. La topología de *f* es transitiva en *K*.

La noción de topología transitiva es la siguiente: considérese dos conjuntos abiertos *U* y *V* alrededor de los puntos *u* y *v* respectivamente. Sin importar cuán pequeños *U* y *V* sean, alguna trayectoria iniciada en *U* eventualmente visitará *V.* Esta condición garantiza que las trayectorias que se inician en puntos de *U* eventualmente terminarán por llenar *S* de manera densa. Estas tres condiciones tomadas conjuntamente representan un intento preciso de caracterizar el tipo de comportamiento irregular y aperiódico que esperamos exhiban los sistemas caóticos.

La definición de Devaney tiene la virtud de ser precisa y compacta. No obstante, algunas objeciones han sido levantadas en su contra. Desde el momento que Devaney propuso esta definición, se ha mostrado que (2) y (3) implican (1) si el conjunto *K* tiene un infinito número de elementos (véase Banks *et al.* 1992), aunque este resultado no se mantiene para conjuntos con un número finito de elementos. Más específicamente, la definición parece contraintuitiva en tanto que enfatiza la periodicidad de las órbitas en lugar de su aperiodicidad, cuando es esta última la que parece ser una mejor caracterización del caos. Después de todo, es precisamente la falta de periodicidad lo que es característico del caos. Para ser justos con Devaney, él forjó su definición en términos de puntos de periodicidad inestable, el tipo de puntos desde los que las trayectorias salientes desde puntos vecinos exhibirían DSD. Si el conjunto de puntos de periodicidad inestable es denso en *K,* entonces tenemos garantizado que los tipos de órbitas aperiódicas características del caos serán abundantes. Algunos han argumentado que (2) no resulta siquiera necesaria para una caracterización del caos (e.g. Robinson 1995, 83–4). Más aún, nada en la definición de Devaney toca el estirado y plegado de las trayectorias, que parece ser una condición necesaria para el caos desde una perspectiva cualitativa. Peter Smith (1998, 176–7) sugiere que el Caos*d* es, tal vez, una consecuencia más que la marca del caos.

Otra posibilidad para capturar el concepto de estiramiento y plegado de las trayectorias tan característico de las dinámicas caóticas, es el siguiente:

(**Caos**$_h$)

Un mapeo discreto *f* es *caótico* si para alguna iteración *n* ≥1, se mapea el intervalo unidad *I* en una herradura (ver figura 2).

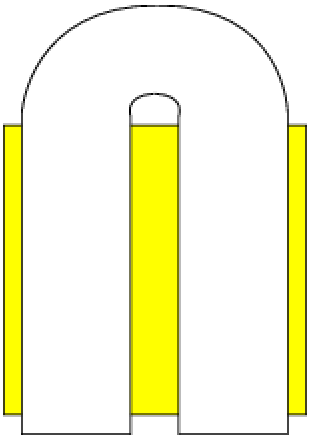
Figura 2: La herradura de Smale

Para construir un mapa Smale de herradura (figura 2), se comienza con un pequeño cuadrado (indicado en amarillo). Primero, se estira en la dirección *y*, en un factor poco mayor que dos. Después se comprime en la dirección *x* también por un factor mayor que dos. Ahora, el rectángulo resultante se pliega y se pone nuevamente sobre el cuadrado de manera tal que la construcción se superponga y deje los bordes del cuadrado unidad inicial sin cubrir. Repitiendo estas operaciones de estirado y plegado se llega al atractor de Smale.

Esta definición tiene al menos dos virtudes. Primero, puede ser probado que el Caos*h* implica al Caos*d*. Segundo, se genera divergencia exponencial, de manera que obtenemos DSF, que es lo que generalmente se espera de los sistemas caóticos. Sin embargo, esta definición posee una desventaja significativa en tanto que no puede ser aplicada a mapas invertibles, el tipo de mapas característicos de muchos de los sistemas que exhiben caos Hamilotoniano. Un sistema Hamiltoniano es aquel donde el total de la energía cinética más la energía potencial se conserva; en contraste, los sistemas disipativos pierden energía a través de algún mecanismo disipativo como la fricción o la viscosidad. El caos hamiltoniano es entonces, el comportamiento caótico en un sistema hamiltoniano.

En la literatura también se han sugerido otras posibles definiciones. Por ejemplo (Smith 1998, 181-2),

(**Caos**$_{et}$)

Un mapeo discreto es caótico si se da el caso de que exhibe *entropía topológica:* Sea *f* un mapeo discreto y $\{W_i\}$ una partición sobre una región acotada *W* conteniendo una medida de probabilidad invariante bajo *f.* Entonces, la entropía topológica queda definida como $h_T(f) = \sup_{\{W_i\}h(f,\{W_i\})}$, donde sup es el supremo del conjunto $\{W_i\}$.

Aproximadamente, dados los puntos de una vecindad *N* alrededor de $\boldsymbol{x}$ (0) con una distancia menor que ε unos de otros, y después de *n* iteraciones de *f,* las trayectorias iniciadas en los puntos de *N* diferirán por valores similares a ε o mayores, y cada vez más trayectorias diferirán por al menos ε mientras *n* aumente. En el caso de mapas unidimensionales puede mostrarse, sin embargo, que Caos_h implica Caos_{et}. Así que no parece que se trate de una definición básica, aunque relativamente resulte más útil para probar ciertos teoremas que otras definiciones.

Otro candidato que frecuentemente se encuentra en la literatura es

(**Caos**$_\lambda$)

Un mapa discreto es caótico si tiene un exponente global de Lyapunov positivo.

Positivo significa aquí que el exponente global de Lyapunov sea positivo para casi todos los puntos en un conjunto especificado S. Esta definición ciertamente está conectada con DSF y es la que los físicos usan frecuentemente para caracterizar los sistemas como caóticos. Además, ofrece ventajas practicas cuando se trata de hacer cálculos y a menudo puede ser relacionada “de manera directa y sin rodeos” a los datos experimentales en el sentido de examinar los conjuntos de datos generados por los sistemas físicos para los exponentes globales de Lyapunov.[2]

1.2.6 Problemas con los exponentes de Lyapunov y la dependencia sensible ↑

Uno podría pensar que DSF, Chaos_{et} o Chaos_λ serían suficientes para definir caos, pero estas caracterizaciones encuentran problemas incluso en simples contraejemplos. Para dar una muestra, considérese un sistema dinámico discreto con $S = [0, \infty)$, el valor absoluto de la métrica en **R**, (i.e. como una función que define la distancia entre dos puntos), y un mapeo f: $[(0, \infty) \rightarrow [0,\infty)$, $f(x) = cx$, donde $c>1$. En este sistema dinámico todas las trayectorias vecinas divergen exponencialmente rápido, pero todas se aceleran hasta el infinito. Sin embargo, la dinámica caótica se caracteriza por quedar confinada a algún atractor –un atractor extraño en el caso de sistemas disipativos (ver la sección 5.1 más adelante) o la energía de superficie en el caso de los sistemas hamiltonianos. Este confinamiento no necesariamente se debe a los muros físicos de algún contenedor. Si, en el caso del caos hamiltoniano, la dinámica queda confinada por la energía de superficie (por la acción de una fuerza como pudiera serlo la de gravedad), la superficie podría resultar espacialmente no acotada. Así, en última instancia, se requieren condiciones adicionales (por ejemplo, que se garantice que las trayectorias en el espacio de estados sean densas).

En mucha de la literatura sobre física y filosofía, algo muy parecido al siguiente conjunto de condiciones se asume como una definición adecuada de caos:

1. Las trayectorias quedan confinadas por algún tipo de mecanismo de estiramiento y plegado.
2. Algunas órbitas son aperiódicas, lo que significa que no se repiten nunca sin importar la escala del tiempo.
3. Las trayectorias exhiben DSF o Caos_λ.

De estas tres condiciones, (c) es la que se considera frecuentemente tomada como crucial para definir DSCI y, con frecuencia se sospecha que está relacionada con las otras dos. En otras palabras, el crecimiento exponencial en la separación de trayectorias vecinas caracterizadas por λ es tomada como la propiedad de un tipo particular de dinámica que solo puede existir en sistemas y modelos no lineales.

Aunque la vía favorecida para intentar definir caos involucra los exponentes globales de Lyapunov, existen problemas con esta forma de definir DSCI (y, por ende, para caracterizar caos). Primero, la definición de los exponentes globales de Lyapunov envuelve un límite infinito del tiempo (ver anexo), así que hablando estrictamente λ solo caracteriza el crecimiento de las incertidumbres si *t* incrementa sin cotas, no si *t* exhibe un tiempo finito. Así que la combinación de ∃λ y ∃t>0 en DSF es inconsistente. A lo más DSF solo puede mantenerse para amplios límites de tiempo y esto implicaría que el caos en tanto fenómeno, sólo podría aparecer en este límite, lo que es contrario a lo que consideramos nuestra mejor evidencia. Aún más, ni los modelos ni tampoco los sistemas físicos duran tiempo infinito, y un lapso de tiempo infinitamente grande es lo que requiere la verificación de la supuesta divergencia exponencial de las trayectorias surgidas desde puntos infinitamente próximos en el espacio de estados.

Uno podría intentar sortear estas dificultades invocando la suposición estándar de los físicos de que un lapso infinito de tiempo puede ser usado para representar *efectivamente* lapsos grandes pero finitos de tiempo. Sin embargo, una razón para dudar de este supuesto en el contexto del caos es que el cálculo de los exponentes de Lyapnunov con tiempo finito usualmente no conlleva a un crecimiento exponencial promedio como es caracterizado por los exponentes globales de Lyapnunov (e.g. Smith, Ziehmann y Fraedrich 1999). En general, para tiempos finitos el propagador varía de punto a punto en el espacio de estados (i.e. es una función de la posición $\boldsymbol{x}(t)$ en el espacio de estados y solo se aproxima a una constante en el límite a infinito del tiempo); esto implica que los exponentes locales de Lyapunov de tiempo finito varían de punto a punto. De ahí que las trayectorias diverjan y converjan unas de otras a diferente tasa mientras evolucionan en el tiempo –la incertidumbre no varía uniformemente en la región caótica del espacio de estados (Smith, Ziehmann y Fraedrich 1999; Smith 2000). Esto entra en contraste con los exponentes globales de Lyapunov que son dentro del promedio una medida global de la divergencia entre trayectorias y que implican que la incertidumbre crece uniformemente (para $\lambda>0$), pero dicho crecimiento uniforme raramente ocurre más allá de los modelos matemáticos simples. Por ejemplo, los atractores de Lorenz, Moore-Spiegel, Rössler, Henon e Ikeda, todos ellos poseen regiones dominadas por un decrecimiento en el tiempo de las incertidumbres, donde las incertidumbres asociadas con las diferentes trayectorias provenientes de una vecindad pequeña se reducen para la cantidad de trayectorias que permanecen dentro de dichas regiones (e.g. Smith, Ziehmann y Fraedrich 1999, 2870–9; Ziehmann, Smith y Kurths 2000, 273–83). De esto que el crecimiento exponencial promedio de la divergencia de trayectorias no queda garantizado para las dinámicas caóticas. El análisis de estabilidad lineal permite indicar cuándo puede esperarse que la no-linealidad domine la dinámica, y los exponentes locales de Lyapunov para tiempos finitos permiten ubicar las regiones de un atractor donde la no-linealidad causará que *todas* las incertidumbres disminuyan –causando que las trayectorias converjan y no diverjan– en tanto las trayectorias se mantengan en dichas regiones.

En resumen, el folklore de que las trayectorias que parten de puntos vecinos divergirán exponencialmente en promedio dentro de una región del espacio de estados es falso en todo sentido excepto para las incertidumbres infinitesimales en un límite infinito del tiempo.

El segundo problema con el recuento estándar es que simplemente no se implica que las incertidumbres finitas exhibirán en promedio una tasa de crecimiento caracterizada por algún exponente de Lyapunov, local o global. Por ejemplo, la dinámica linealizada que se utiliza para derivar los exponentes globales de Lyapunov presupone incertidumbres infinitesimales (apéndice (A1)-(A5)). Pero cuando las incertidumbres son finitas, dichas dinámicas no aplican y no se pueden extraer conclusiones válidas acerca de las dinámicas de las incertidumbres finitas desde la dinámica de incertidumbres infinitesimales. Ciertamente las incertidumbres infinitesimales nunca devienen finitas en un tiempo finito –salvo en el caso de un súper crecimiento exponencial. Incluso si las incertidumbres infinitesimales devinieran finitas después de un tiempo finito, lo que presupondría es que la dinámica no tiene cotas, mientras que las características interesantes de las dinámicas no lineales usualmente se manifiestan en las subregiones del espacio de estados. Presuponer una dinámica no acotada es inconsistente con las características que normalmente tratamos de capturar.

¿Puede legítimamente atribuirse el crecimiento promedio exponencial característico de la DSF a las trayectorias divergentes si su separación ya no es más infinitesimal? El examen de modelos simples (e.g. la transformación de Baker) puede indicar que tal es el caso. Sin embargo, responder a esta pregunta requiere de cierto cuidado cuando se trata de sistemas más complejos como los atractores de Lorenz o Moore-Spiegel. El resultado podría ser que la tasa de divergencia entre la separación finita de dos trayectorias vecinas dentro de una región caótica cambiara de carácter numerosas veces durante el transcurso de su recorrido en el espacio de estados, algunas veces más rápido, algunas más lento, que la calculada desde los exponentes globales de Lyapunov, algunas veces en contracción, otras divergiendo (Smith, Ziehmann y Fraedrich 1999; Ziehmann, Smith y Kurths 2000). Pero a largo plazo, algunas de estas trayectorias pueden efectivamente divergir como si existiera un crecimiento promedio exponencial en las incertidumbres caracterizadas por los exponentes globales de Lyapunov. Sin embargo, se conjetura que el conjunto de puntos iniciales en un espacio de estados que exhiben este comportamiento es un conjunto de medida cero, lo que en este contexto significa que aunque hay un número infinito de puntos que exhiben este comportamiento, este conjunto representa el cero por ciento del número de puntos que componen el atractor. Las características de estas clases de divergencia (convergencia) que experimentan las trayectorias vecinas dependen de la estructura detallada de la dinámica (i.e. se determina punto por punto por el crecimiento local y la convergencia de incertidumbres finitas y no por ninguno de los exponentes de Lyapunov).

Desde una perspectiva práctica, sin embargo, todas las incertidumbres finitas se saturan en el diámetro del atractor. Esto quiere decir que las incertidumbres alcanzan una cantidad máxima de propagación después de un tiempo finito y no están bien cuantificadas por alguna medida global derivada de los exponentes de Lyapunov (e.g. Lorenz 1965). Así que el folklore –que sostiene que la divergencia exponencial promedio de las trayectorias caracteriza la dinámica caótica– resulta confuso en lo referente a los modelos y sistemas no-lineales, en particular con respecto a aquellos que deseamos catalogar como caóticos. Por lo tanto, partiendo de la presencia de exponentes globales positivos de Lyapunov, resulta inválido inferir la existencia de un crecimiento exponencial promedio de las trayectorias divergentes. Esto tiene implicaciones para la definición de caos puesto que el crecimiento exponencial parametrizado por los exponentes globales de Lyapunov termina no siendo la medida apropiada. De allí que DSF o Caosλ terminen siendo una definición engañosa para el caos.

Finalmente, quiero llamar brevemente la atención sobre la naturaleza observador-dependiente de los exponentes globales de Lyapunov en la teoría especial de la relatividad. Como ha sido recientemente demostrado (Zheng, Misra y Atmanspacher 2003), los exponentes globales de Lyapunov cambian en magnitud según las transformaciones de Lorenz, aunque no con respecto al signo– e.g. los exponentes positivos de Lyapunov son siempre positivos en las transformaciones de Lorentz. Peor aún, bajo las transformaciones de Rindler los exponentes globales de Lyapunov son no invariantes de manera que un sistema caracterizado como caótico, según DSF o Caosλ, por un observador acelerado (Rindler), termina siendo no caótico para un observador inercial (Minkowski) y todo sistema caótico según un observador inercial (Minkowski) es no-caótico para un observador acelerado (Rindler). Así que junto a los problemas de simultaneidad que la teoría especial de la relatividad de Einstein ocasiona a los observadores, el caos, al menos según los casos DSF y Caosλ, termina siendo también una propiedad observador-dependiente para un par de observadores en diferentes marcos de referencia. Lo que esto significa para nuestro entendimiento del fenómeno del caos esta en gran medida inexplorado.

1.2.7 En resumen ↑

Entre matemáticos y físicos no existe consenso alguno con respecto a una definición precisa del comportamiento caótico, aunque algunos físicos prefieran Caos*h* o Caosλ. Estas últimas son trivialmente falsas para incertidumbres finitas en sistemas reales y de aplicación limitada para los modelos matemáticos. También parece ser el caso que no existe una definición “correcta” o “acertada”, sino que diferentes definiciones tienen diferentes fortalezas y debilidades respecto a las concesiones entre generalidad, generación de teoremas, facilidad de cómputo y así en adelante. Los mejores candidatos para las condiciones necesarias de caos parece que siguen siendo (1) DSD, que es bastante débil, o (2) la presencia de mecanismos de estirado y plegado (que “separan las trayectorias” en una dimensión mientras que “las comprimen” en otra).

La otra preocupación es que las definiciones que hemos estado considerando puedan solo mantenerse para nuestros modelos matemáticos sin poder ser aplicables a los sistemas de estudio. Las definiciones formales buscan caracterizar completamente el comportamiento caótico en los modelos matemáticos, pero nosotros también estamos interesados en capturar el comportamiento caótico de los sistemas biológicos y físicos. Fenomenológicamente, todos los tipos de comportamiento caótico que vemos en los sistemas del mundo real exhiben características como DSCI, aperiodicidad, impredecibilidad, inestabilidad bajo pequeñas perturbaciones y apariencia aleatoria. Sin embargo, dado que los sistemas de estudio subsisten únicamente durante lapsos finitos de tiempo y dado que las incertidumbres son siempre más que infinitésimas, dichos sistemas violan las suposiciones necesarias para derivar la DSF. En otras palabras, incluso si tenemos buenas medidas estadísticas para la producción de crecimiento exponencial en promedio para las incertidumbres de los conjuntos de información física, ¿qué es lo que garantiza que de hecho tengamos una correspondencia con el crecimiento exponencial de la DSF? Después de todo, cualquier crecimiento en las incertidumbres (alternativamente, cualquier crecimiento en la distancia entre cualesquiera trayectorias vecinas) puede ser ajustado con una exponencial. Puesto que no hay un significado físico para los exponentes globales de Lyapunov (porque ellos solo aplican a incertidumbres infinitesimales), entonces uno es libre de escoger cualquier parámetro para ajustar una exponencial al crecimiento de las incertidumbres.

Así que ¿dónde nos deja todo esto respecto a las definiciones de caos? ¿Son, acaso, todos nuestros intentos de definición inadecuados? ¿Hay una única definición para caos, y en tal caso, es solamente una propiedad matemática o también una propiedad física? ¿Necesitamos, tal vez, múltiples definiciones (donde varias de las cuales sean no-equivalentes) para caracterizar adecuadamente un comportamiento tan complejo e intrincado? ¿Es razonable esperar que las características fenomenológicas del caos de interés para los físicos y matemáticos aplicados puedan ser capturadas en definiciones matemáticas precisas dado que existen tantas vaguedades irreducibles en la caracterización de estas características? Desde un punto de vista físico, ¿no es una caracterización fenomenológica suficiente para el propósito de identificar y explorar los subyacentes mecanismos responsables del estirado y plegado de las trayectorias? Las respuestas a estas preguntas yacen íntimamente ligadas a los propósitos de los tipos de búsqueda a los que estemos abocados (e.g. proveer teoremas matemáticos de rigor vs. detectar comportamiento caótico en información física vs. diseñar sistemas de control de dicho comportamiento).

2 ¿Qué es la ‘teoría’ del caos? ↑

En la literatura se suele encontrar referencias a la denominada ‘teoría del caos’. Por ejemplo Kellert caracteriza la teoría del caos como “el estudio cualitativo del comportamiento inestable y aperiódico de los sistemas deterministas no lineales” (Kellert 1993, 2). ¿En qué sentido es el caos una teoría? ¿Es el caos una teoría en el mismo sentido en que la electrodinámica o la mecánica cuántica lo son?

Responder dichas preguntas es difícil, aún más si consideramos que no hay consenso acerca de lo que es una teoría. Las opciones comprenden desde una visión axiomática o sintáctica del positivismo lógico y empiricismo a la visión semántica o modelo-teórica, a la Kuhniana y las menos rigurosas concepciones de teorías. La mirada axiomática de teorías parece ser inaplicable para el caos. No hay axiomas –no hay reglas– no hay estructuras deductivas ni ninguna conexión entre afirmaciones observacionales y teóricas en la literatura sobre la dinámica del caos.

El interés de Kellert (1993) en modelos de caos es sugerente de la visión semántica de teorías, y muchos textos y artículos sobre el caos se enfocan en modelos (e.g. el mapa logístico, el mapa de Henon, el atractor de Lorenz). Brevemente, en la visión semántica, una teoría es caracterizada mediante (1) algunos conjuntos de modelos y (2) las hipótesis que ligan estos modelos con los sistemas físicos idealizados. Los modelos matemáticos discutidos en la literatura son concretos y bastante bien entendidos, pero ¿qué hay de las hipótesis que ligan los modelos de caos con los sistemas físicos idealizados? En la literatura de caos, existe un importante debate con referencia a varios patrones robustos o universales y el tipo de predicción que se puede o no realizar utilizando los modelos caóticos. Por otra parte, se hace mucho énfasis en las predicciones cualitativas, “mecanismos” y patrones geométricos, pero todo esto se queda en un discurso pobre acerca de las hipótesis que ligan los modelos de caos con sistemas físicos idealizados.

Una posibilidad es ir en búsqueda de hipótesis acerca de cómo dichos modelos se han implementado en el estudio de sistemas físicos reales. Los modelos del caos parecen haberse implementado para verificar diferentes tipos de información acerca de los puntos de bifurcación, secuencias que duplican periodos, el inicio de la dinámica caótica, atractores extraños y otros moradores del zoológico de comportamientos caóticos. Las hipótesis que conectan los modelos caóticos con los sistemas físicos tendrían que ser satisfechas si es que vamos a utilizar completamente la concepción semántica. Considero que éstas tendrían que ser hipótesis acerca de, por ejemplo, cómo los atractores extraños reconstruidos con información física se relacionarían con el sistema físico desde el cual la información fue originalmente extraída, o acerca de cómo un mapa unidimensional para un particular tipo modelo completamente no lineal (un sistema físico idealizado) fue desarrollado utilizando, digamos, las técnicas de sección de superficie de Poincaré.

Tal enfoque no parece ser consistente con la visión semántica ilustrada mediante la mecánica clásica. Allí se encuentran varios modelos como el oscilador armónico junto a las hipótesis acerca de cómo estos modelos se aplican a sistemas físicos idealizados, incluyendo especificaciones de las constantes del resorte y su identificación con los términos matemáticos en un modelo, límites para oscilaciones pequeñas, etc. Pero en mecánica clásica existe una clara asociación entre los modelos de una teoría y el espacio de estados definible a través de las variables de esos modelos, con hipótesis adicionales respecto de la relación entre el modelo del espacio de estados y aquel del sistema físico a ser modelado (la suposición del modelo fiel, §1.2.3). Uno puede traducir entre el espacio de estados y los modelos y, en el caso de la mecánica clásica, uno puede leer las leyes involucradas también (e.g. las leyes de movimiento de Newton están codificadas en las posibilidades permitidas por el espacio de estados de la mecánica clásica).

Desafortunadamente, la conexión entre el espacio de estados, los modelos caóticos y las leyes es menos clara. De hecho no hay buenos candidatos para las leyes del caos por fuera o encima de las leyes de la mecánica clásica, y algunos, como Kellert, explícitamente niegan que el modelado del caos tenga leyes del todo (1993, cap. 4). Además, la relación entre el espacio de estados de los modelos caóticos y el espacio de sistemas físicos idealizados es bastante delicada, lo que parece ser una disimilitud entre la mecánica clásica y 'la teoría del caos'. Para la primera podemos traducir entre modelos y espacio de estados. Para la segunda podemos derivar un espacio de estados para los modelos caóticos desde el modelo no lineal completo, pero no podemos revertir el proceso y recuperar el modelo no lineal del espacio de estados desde el del modelo caótico. Se podría esperar que las hipótesis que conectan los modelos de caos con los sistemas físicos idealizados llevaran a cuestas las hipótesis que conectan los modelos de la mecánica clásica con sus correspondientes sistemas físicos idealizados. Pero no es claro cómo esto podría funcionar para el caso de los modelos de caos en biología, economía y otras disciplinas. [3]

Adicionalmente, existe otro problema potencial que surge de pensar acerca de la suposición del modelo fiel, a saber, ¿cuál es la relación o mapeo entre el modelo y el sistema a estudiar? ¿Hay una relación 'uno a muchos' (varios diferentes modelos no-lineales del mismo sistema de estudio o, potencialmente, viceversa) o una relación 'muchos a muchos'? Para varios problemas de la mecánica clásica –a saber, donde los modelos lineales o las funciones de fuerza son utilizados en la segunda ley de Newton– el mapeo o traslación entre modelo y sistema destino parecen ser directamente 'uno a uno'. Sin embargo, en contextos de no linealidad, donde uno pudiera estar construyendo un modelo a partir del conjunto de información generado mediante la observación del sistema, existen potencialmente numerosos modelos no lineales que pueden construirse, donde cada modelo es empíricamente tan adecuado al comportamiento del sistema como cualquier otro. ¿Existe realmente un único modelo para cada sistema destino y simplemente no sabemos cuál es el "verdadero" (digamos, por los problemas de la sub-determinación)? O, ¿no existe realmente una relación "uno a uno" entre los modelos matemáticos y los sistemas destino?

Más aún, una característica importante de la visión semántica es que los modelos solo buscan capturar las características cruciales de los sistemas físicos y siempre implican varias formas de abstracción e idealización. Estas advertencias son potencialmente fatales en el contexto de la dinámica no lineal. Cualquier error en nuestros modelos para este tipo de sistemas, no importa cuán precisos sean nuestros datos iniciales, dará lugar a errores en la predicción de los sistemas reales y estos errores crecerán (tal vez con rapidez) con el tiempo. Esto saca a la luz uno de los problemas del presupuesto del modelo fiel que está escondido, por decirlo de algún modo, en el contexto de los sistemas lineales. Los modelos pueden ser erróneos al dejar afuera factores "insignificantes" pero, al menos por tiempos razonables, las predicciones de nuestros modelos no difieren significativamente del sistema físico que estamos modelando (si uno espera lo suficiente, sin embargo, dichas predicciones diferirán significativamente). En contextos no lineales, por contraste, no hay factores "insignificantes" en tanto que la más pequeña omisión en un modelo no lineal puede provocar efectos desastrosos porque las diferencias que estos términos pudieran haber tenido versus su ausencia potencial puede ser rápidamente amplificada en el transcurso de la evolución del modelo (ver §3).

Otra posibilidad es descartar las hipótesis que conectan los modelos con los sistemas destino y simplemente enfocarse en la forma de definir modelos de la visión semántica de las teorías. Es éste el espíritu de la teoría matemática de los sistemas dinámicos. Allí el foco está en los modelos y sus relaciones, sin énfasis alguno en las hipótesis que conectan estos modelos con los sistemas físicos, idealizados o no. Desafortunadamente, esto significaría que la teoría del caos sería solo una teoría matemática y no una teoría física.

Tanto la visión semántica o sintáctica de las teorías se enfocan en la estructura formal de los cuerpos teóricos, y su 'ajuste' a la teorización de la dinámica del caos parece bastante problemático. En contraste, tal vez uno debería concebir la teoría del caos de una manera más informal, digamos a lo largo de las líneas del análisis de los paradigmas científicos de Kuhn (1996). En el cuadro que Kuhn pinta de la ciencia, no hay un énfasis en precisar la estructura de las teorías científicas. En lugar de ello las teorías son cohesivas, cuerpos sistemáticos de conocimiento definidos principalmente por los roles que juegan en la práctica de la ciencia normal dentro de un paradigma dominante. Existe una fuerte sensación en la literatura del caos de que un 'nuevo paradigma' ha surgido de la investigación del caos y que el énfasis yace en la *inestabilidad* y no en el comportamiento estable, en los patrones dinámicos y no en los mecanismos, en características universales (e.g. los números de Feigenbaum) y no en las leyes, y de entendimiento cualitativo y no de predicción precisa. Sea o no que la dinámica caótica representa un genuino paradigma científico, el uso del término ‘teoría del caos’ en gran parte de la literatura científica y filosófica tiene el sabor particular que caracteriza y comprende el comportamiento complejo y no el énfasis en la estructura formal de los principios y las hipótesis.

3 Modelos no lineales, fidelidad y confirmación ↑

Dado un sistema destino a modelar, e invocando el presupuesto del modelo fiel, hay básicamente dos aproximaciones a la confirmación del modelo que se discuten en la literatura filosófica sobre modelos, que desarrolla una estrategia conocida como mejora gradual o ‘paso a paso’ (aquí ignoraré otros abordajes en tanto sufren de problemas similares y solo complican la discusión). Estas estrategias graduales también se hallan en el trabajo de científicos que modelan sistemas del mundo real y representan competentes enfoques que luchan por la obtención de fondos del gobierno (para una discusión temprana, ver Thompson 1957).

El primer enfoque básico consiste en centrarse en los refinamientos sucesivos de la exactitud de los datos iniciales utilizados por el modelo, manteniendo fijo el propio modelo (por ejemplo, Laymon 1989, 359). La idea aquí es que si un modelo es fiel en reproducir el comportamiento del sistema de destino hasta cierto punto, el perfeccionamiento de la precisión de los datos iniciales con que se alimenta el modelo conducirá a su comportamiento de forma monótona convergente al comportamiento del sistema de destino. Esto quiere decir que a medida que la incertidumbre en los datos iniciales se reduce, se espera que el comportamiento de un modelo fiel converja en el comportamiento del sistema de destino. La importancia del supuesto del modelo fiel yace en que si uno tuviera que trazar la trayectoria del sistema de destino en el espacio de estados correspondiente, el modelo de la trayectoria en el mismo espacio de estados se tornaría monótonamente más similar a la trayectoria del sistema con respecto a alguna medida al tiempo que los datos se vayan refinando (aquí ignoraré las dificultades correspondientes a las medidas apropiadas para discernir la similitud en las trayectorias; ver Smith 2000).

El segundo enfoque básico consiste en centrarse en mejoras sucesivas del modelo, manteniendo fijos los datos iniciales (por ejemplo, Wimsatt 1987). La idea aquí es que si el modelo es fiel en reproducir el comportamiento del sistema de destino, refinar el modelo producirá incluso una mejora en el ajuste con el comportamiento de dicho sistema. Esto quiere decir que si un modelo es fiel, mejoras sucesivas llevarán a su comportamiento de forma monótona convergente al comportamiento del sistema de interés. Nuevamente, la importancia de la suposición del modelo fiel es la que si uno quisiera graficar la trayectoria del sistema en su correspondiente espacio de estados, la trayectoria modelada en el mismo espacio de estados se tornaría monótonamente más similar a la trayectoria del sistema medida que el modelo se hiciera más realista.

Lo que estos enfoques básicos tienen en común es que en ambos la convergencia monótona gradual del comportamiento del modelo al del sistema de interés es una marca para la confirmación del modelo (Koperski 1998). De manera que al mejorar la calidad de la información inicial o al mejorar la calidad del modelo, el modelo en cuestión reproduce el comportamiento del sistema monótonamente mejor y cosecha predicciones sobre los futuros estados de dicho sistema que muestran monótonamente menos desviación con respecto a su comportamiento. En este sentido, la convergencia monótona al comportamiento del sistema de interés es un criterio clave para confirmar el modelo. Si la convergencia monótona del sistema objetivo no se encuentra siguiendo ninguno de estos enfoques, entonces el modelo se considera refutado.

Para los modelos lineales resulta sencillo ver la ventaja intuitiva de dichas estrategias graduales. Después de todo, para los sistemas de ecuaciones lineales queda garantizado que de un pequeño cambio en la magnitud de alguna variable se obtiene un cambio proporcional en el resultado del modelo. Así que al realizar modificaciones graduales a la información inicial o al modelo lineal solo puede esperarse cambios proporcionales en los resultados del modelo. Si el modelo lineal es fiel, entonces puede rastrearse desde las mejorías en el desempeño del modelo cuáles de los pequeños ajustes son ‘en la dirección adecuada’ tanto en la información inicial o en el modelo mismo. El calificativo 'en la dirección adecuada', articulado desde el supuesto del modelo fiel, significa que la calidad de la información realmente se incrementa o que el modelo, en verdad, deviene más realista (captura más características del sistema de estudio al tiempo que mejora su precisión), y esto queda representado por la mejora monótona del desempeño del modelo con respecto del sistema de estudio.

Sin embargo, ambos enfoques básicos que se utilizan para confirmar modelos encuentran serias dificultades cuando se aplican a los modelos no lineales, donde el principio de superposición no se mantiene. En el primer enfoque ya no queda asegurado que los pequeños refinamientos sucesivos en la información inicial usados por el modelo no lineal llevarán a alguna convergencia entre el comportamiento del modelo y el comportamiento del sistema de estudio. Cualquier refinamiento en la información inicial puede desembocar en cambios no proporcionales en el comportamiento del modelo tornando inefectiva toda esta estrategia de convergencia gradual como instancia confirmatoria del modelo. Un refinamiento en la calidad de la información 'en la dirección adecuada' no asegura que lleve a una mejora monótona en la capacidad del sistema no lineal para capturar el comportamiento del sistema de estudio. El más pequeño retoque en la calidad de la información puede terminar perfectamente en que el comportamiento del modelo diverja respecto del comportamiento del sistema. [4]

En el segundo enfoque, mantener la información fija haciendo refinamientos sucesivos en los modelos no lineales tampoco es garantía de que se llegará a una convergencia entre el comportamiento del modelo y el comportamiento del sistema elegido. Con la pérdida de la superposición lineal, cualquier pequeño cambio en el modelo puede conducir a cambios no proporcionales en el comportamiento del modelo tornando ineficiente, nuevamente, la estrategia de convergencia como una instancia confirmatoria del modelo. Incluso si un pequeño refinamiento del modelo, se hiciera en 'la dirección adecuada', no hay ninguna garantía de que el modelo no lineal vaya a mejorar monótonamente en la captura del comportamiento del sistema de estudio. El pequeño refinamiento en el modelo puede muy bien conducir a que el comportamiento del modelo diverja del comportamiento del sistema.

Así que mientras para los modelos lineales puede esperarse que las estrategias graduales lleven a modelos mejor confirmados (asumiendo que el sistema de estudio exhiba únicamente un comportamiento lineal), ninguna expectativa similar está justificada para los modelos no lineales desplegados en la caracterización de los sistemas no lineales. Incluso para un modelo fiel no lineal, el más pequeño cambio en la información inicial así como en el modelo mismo puede resultar en cambios no proporcionales en los resultados que el modelo arroje, y nada garantiza que estos resultados se 'muevan en la dirección correcta' incluso si el pequeño cambio fue realizado 'en la dirección correcta' (por supuesto, esta falta de garantía en la mejora monótona también plantea preguntas acerca de qué significa 'en la dirección correcta', dificultades que aquí ignoraremos).

Intuitivamente, la estrategia de convergencia gradual parece ser dependiente del escenario del modelo perfecto. Dado un modelo perfecto, el refinamiento de la calidad de la información debería conllevar una convergencia monótona del comportamiento del modelo al comportamiento del sistema de estudio, pero incluso esta expectativa no está siempre justificada para modelos perfectos (cf. Judd y Smith 2001; Smith 2003). Por otra parte, dado un conjunto de información de calidad, el perfeccionamiento del modelo también, intuitivamente, debería conducirnos a una convergencia monótona entre el comportamiento del modelo y el comportamiento del sistema de estudio. Al efectuar pequeñas modificaciones en el modelo no lineal, basados en la mejora del entendimiento de las características relevantes del sistema de estudio (e.g. los sistemas físicos del clima o la estructura de las economías), no existe garantía alguna de que tales modificaciones producirán una mejora monótona en el desempeño del modelo con respecto al comportamiento del sistema. La pérdida de la superposición lineal lleva, entonces, a una pérdida similar de la garantía de la existencia de un camino continuo de mejoras así como a la falta de garantía de una confirmación gradual. Y sin la garantía de dicho camino de mejora, no hay garantía alguna de que el modelo fiel pueda ser perfeccionado.

La línea de fondo para el modelado de sistemas no lineales es, entonces, que la convergencia gradual monótona de modelos no lineales al comportamiento del sistema no está garantizada. Este es el resultado final que se contrae dada la ausencia del principio de superposición lineal. No importa cuán fiel sea el modelo, no se puede garantizar mejora paso a paso, monótona, de la conducta de un modelo no lineal con respecto al sistema de destino (por supuesto, si uno espera un tiempo suficientemente largo las estrategias de confirmación graduales también fallarán para los sistemas lineales). Más aún, surgirán problemas con estas estrategias de confirmación ya sea que se esté buscando modelar trayectorias valuadas en cada punto del espacio de estados o si se está utilizando densidades de probabilidad definidas en el espacio de estados.

El cambio a un marco bayesiano para la confirmación podría brindar una posible respuesta a los problemas de confirmación graduales ya discutidos, pero nuevos problemas similares surgirían para los modelos no lineales. Dado que no hay modelos perfectos dentro de la clase de modelos a los que podríamos aplicar el esquema bayesiano y dado que los modelos imperfectos de hecho fallarán en reproducir o predecir el comportamiento del sistema de estudio dentro de escalas de tiempo que podrán ser cortas comparadas con nuestros intereses, no hay, nuevamente, garantía de que una mejora monótona pueda ser alcanzada para nuestros modelos no lineales (aquí dejo de lado el problema de que no tener un modelo perfecto en nuestra clase de modelos deja el esquema de confirmación bayesiano mal definido).

Para los modelos no lineales, la fidelidad puede fallar y su perfeccionamiento no está garantizado, lo cual plantea preguntas acerca de las prácticas de modelado científico y nuestro entendimiento de las mismas. Sin embargo, las consecuencias de la pérdida de la superposición lineal llegan mucho más lejos que esto. La evaluación de políticas utiliza a menudo modelos de predicción y si los modelos y sistemas que subyacen en el corazón mismo de las deliberaciones políticas son no lineales (e.g. la economía o el clima), entonces la evaluación de políticas estará afectada por la misma falta de garantías que la confirmación de modelos. Supongamos que los administradores están utilizando un modelo no lineal en la formulación de las políticas económicas designadas para mantener el PIB (producto interno bruto) siempre en incremento mientras se minimiza el desempleo (entre otras metas socio-económicas que se busquen alcanzar). Mientras que es cierto que habrá cierta incertidumbre generada por correr el modelo varias veces sobre conjuntos de información y configuraciones de parámetros ligeramente diferentes, asumamos que podrán ser formadas políticas que tomen en cuenta estas incertidumbres. Una vez en su lugar, estas políticas necesitarán una evaluación de su efectividad y potencial en la creación de efectos adversos, pero dicha evaluación no involucrará meramente mirar reportes mensuales o trimestrales del PIB y el desempleo para ver si las metas están siendo cumplidas. El modelo económico no lineal que dirige las decisiones políticas tendrá que volver a ponerse en marcha para verificar si las tendencias en efecto se mueven 'en la dirección correcta' respecto de las predicciones anteriores. Pero, por supuesto, la información con la que se alimenta el modelo ya ha cambiado y ahora nada garantiza que el modelo producirá una predicción con esta nueva información que ajuste bien con las viejas predicciones utilizadas para la implementación de las políticas originales. Tampoco hay garantía para la existencia de un ajuste entre las nuevas puestas en marcha del modelo no lineal y la información económica que fue recogida como parte del proceso de monitoreo de las políticas económicas. ¿Cómo podrán, entonces, quienes diseñen las políticas, realizar evaluaciones confiables de sus propias políticas? El mismo problema –que no está garantizado que los pequeños cambios en la información o modelos en contextos no lineales generen resultados proporcionales por parte del modelo o una mejoría monótona de su desempeño–, es una plaga de la evaluación de políticas que usan modelos no lineales. Estos problemas permanecen en gran parte inexplorados.

4 Caos, determinismo y mecánica cuántica ↑

Una de las características más estimulantes de la DSCI es que no hay un límite inferior respecto a cuán pequeño el cambio o la perturbación puede ser –el más pequeño efecto podrá ser eventualmente amplificado afectando el comportamiento de cualquier sistema que exhiba DSCI. Varios autores han defendido que el caos, a través de la DSCI, abre la puerta para que la mecánica cuántica "infecte" los sistemas caóticos de la mecánica clásica (e.g. Hobbs 1991; Barone *et al.* 1993; Kellert 1993; Bishop y Kronz 1999; Bishop 2008). El punto esencial es que la naturaleza de los distintos tipos de dinámica no lineal –aquellos que exhiben un plegado y estirado de trayectorias, donde se exhiben orbitas aperiódicas y no hay cruce de trayectorias–, aparentemente abre la puerta para que los efectos cuánticos cambien el comportamiento de los sistemas caóticos macroscópicos. El argumento central es conocido como el argumento de la dependencia sensible (argumento SD para abreviar) y se explica de la siguiente manera:

1. Para sistemas que exhiben DSCI, las trayectorias que parten de una región altamente localizada del espacio de estados en promedio divergirán exponencialmente más rápido unas de otras.
2. La mecánica cuántica limita la precisión con la que los sistemas físicos pueden ser definidos a un espacio fase

no menor a $(2\pi/h)^N$, donde *h* es la constante de Planck (con unidades de acción) y *N* la dimensión del sistema en cuestión.
3. Dado un tiempo suficiente y dentro de una vecindad ε para las condiciones iniciales, dos trayectorias ligadas según la mecánica cuántica del mismo sistema caótico tendrán estados futuros localizables dentro de una región δ del espacio fase (Esto se sigue de (A) y (B)).
4. Por lo tanto, la mecánica cuántica podrá afectar los resultados de los sistemas caóticos conduciendo a una violación de la evolución única.

La premisa (A) deja claro que la DSF es la definición operativa para caracterizar el comportamiento caótico en este argumento, invocando un crecimiento exponencial caracterizado por el mayor exponente global de Lyapunov. La premisa (B) expresa el límite del estado de mínima incertidumbre para la precisión con que se puede medir el par momento y posición dentro de un sistema cuántico de *N* dimensiones (nótese que el exponente es 2*N* en el caso de se midan electrones no correlacionados). [5] La conclusión del argumento en la forma aquí dada es, de hecho, más fuerte que la que sostiene que la mecánica cuántica puede influenciar los sistemas macroscópicos que exhiban DSCI y también que el determinismo falla para dichos sistemas, justamente por dichas influencias. Sucintamente, el razonamiento se explica a continuación. Puesto que hay DSCI los sistemas caóticos no lineales cuyos estados iniciales únicamente puedan ser localizados en una pequeña vecindad ε del espacio de estados, tendrán estados futuros que pueden ser localizados únicamente dentro de una sección mucho mayor δ. Por ejemplo, dos sistemas isomórficos no lineales de la mecánica clásica que exhiban DSCI, cuyos estados iniciales estén localizados dentro de ε, tendrán estados futuros que solo pueden ser localizados dentro de δ. Puesto que la mecánica cuántica fija un estado ligado mínimo para el tamaño de la región de las condiciones iniciales, la evolución única deberá fallar para los sistemas caóticos no lineales.

El argumento de la DS, no obstante, no se despliega tan fácilmente como algunos de sus defensores han pensado. Hay algunas dificultades respecto a qué versión de la mecánica cuántica es la adecuada (e.g. la versión de von Neumann, la de Bohm o las teorías de decoherencia), respecto a la naturaleza de la teoría de medición (teorías con colapso vs. teorías sin colapso), y respecto a que la selección del estado inicial que caracteriza el sistema debe llevarse a cabo antes de que uno pueda decir claramente si la evolución se viola o no se viola (Bishop 2008). Por ejemplo, justamente porque los efectos cuánticos pueden influenciar los sistemas macroscópicos caóticos no está garantizado que el determinismo fallará para dichos sistemas. Que las interacciones cuánticas con sistemas macroscópicos no lineales que exhiben DSCI contribuya de manera indeterminista a los resultados de dichos sistemas depende de la pregunta, actualmente indecidible, acerca del indeterminismo en mecánica cuántica y el problema de la medida.

Existe una pregunta seria y abierta acerca de si el indeterminismo en mecánica clásica es simplemente el resultado de una ignorancia debida a limitaciones epistemológicas o si se trata de una propiedad ontológica del mundo cuántico. Supongamos que la mecánica cuántica es en última instancia determinista, pero que hay un factor adicional, una variable oculta como es comúnmente llamada, tal que si esta variable estuviera disponible para nosotros, nuestra descripción de los sistemas cuánticos sería completamente determinista. Otra posibilidad es que exista una interacción más amplia con el ambiente que dé cuenta de cómo surgen las probabilidades en la mecánica cuántica (los físicos llaman a esta posibilidad 'decoherencia'). Bajo cualquiera de estas dos posibilidades, interpretaríamos el indeterminismo observado en la mecánica cuántica como una expresión de nuestra ignorancia, y de ahí que el indeterminismo no sería una propiedad fundamental del dominio cuántico. Sería meramente epistémico en su naturaleza debido a nuestra falta de conocimiento o acceso directo a los sistemas cuánticos. Si el indeterminismo en la mecánica cuántica no es ontológicamente genuino, entonces cualquier contribución que los efectos cuánticos pudieran tener sobre los sistemas macroscópicos que exhiben DSCI no violaría la evolución única. En contraste, supongamos ahora que es el caso que la mecánica cuántica es genuinamente indeterminista; esto es, que todos los factores relevantes del sistema cuántico no determinan completamente su mecanismo en todo momento. Entonces existe la posibilidad de que no todos los sistemas tradicionalmente pensados como pertenecientes al dominio de la mecánica clásica puedan ser descritos usando estrictamente modelos deterministas, lo cual lleva a la necesidad de enfocar el modelado de dichos sistemas no lineales de manera diferente, e.g. Bishop y Kronz 1999, 138- 9).

Más aún, las posibles limitaciones de los sistemas no lineales de la mecánica clásica en la amplificación de los efectos cuánticos deben ser consideradas caso por caso. Por ejemplo, el amortiguamiento debido a la fricción puede poner restricciones a la rapidez con que la amplificación de los efectos cuánticos puede tener lugar antes de que dichos efectos se desvanezcan (Bishop 2008). Y se debe investigar la dinámica local finita en el tiempo para cada sistema porque esta pudiera no contraer ningún crecimiento promedio de las incertidumbres (e.g. Smith, Ziehmann, Fraedrich 1999).

En suma, no hay razonamiento abstracto a priori que establezca la verdad del argumento de DS; el argumento puede ser demostrado únicamente caso por caso. Tal vez un examen exhaustivo de varios casos podría permitirnos elaborar algunas generalizaciones acerca de qué tan extendidas son las posibilidades de una amplificación de los efectos cuánticos.

5 Cuestiones acerca del realismo ↑

Dos tópicos tradicionales de la filosofía de la ciencia son el realismo y la explicación. Aunque no están del todo bien explorados en el contexto de caos, hay muchas preguntas interesantes respecto de ambos temas que merecen una mayor exploración.

5.1 Realismo y caos ↑

El caos plantea una serie de preguntas acerca del realismo científico, pero aquí serán tocadas solo algunas de ellas. Primero y principalmente, el realismo científico es usualmente formulado como la tesis acerca del estatus de los términos inobservables de las teorías científicas y su relación con las entidades, eventos y procesos en el mundo real. En otras palabras, las teorías hacen varias afirmaciones acerca de las características del mundo y estas afirmaciones son aproximadamente verdaderas. Pero como vimos en § 2, existen serias dudas sobre la formulación de una teoría del caos, dejando de lado cómo determinar la manera en que esta teoría responde dentro del realismo científico. Es por esto que parece mucho más razonable discutir algunas preguntas realistas menos ambiciosas sobre el caos: ¿Es el caos un fenómeno real? Los pobladores del caos, como los fractales, ¿existen realmente?

Esto nos lleva de regreso a la suposición del modelo fiel (§1.2.3). Recordemos que este supuesto mantiene que las ecuaciones de nuestros modelos capturan fielmente el comportamiento del sistema de destino. ¿Es el sentido de fidelidad aquí mencionado el de una correspondencia entre los modelos matemáticos y las características de los sistemas? O ¿puede la fidelidad ser entendida en términos únicamente de adecuación empírica, como requiere una conceptualización fundamentalmente instrumentalista de la fidelidad? ¿Está amenazado el constructo realista de la fidelidad por un mapeo entre modelos y sistemas que potencialmente sean uno-a-muchos o muchos-a-muchos?

Una cuestión relacionada es si nuestros modelos matemáticos son o no simulaciones del sistema de estudio o si solo imitan su comportamiento. La simulación de un sistema sugiere que hay una correspondencia de hecho entre el modelo y el sistema que está designado a capturar. Por otra parte, si el modelo matemático solo imita el comportamiento del sistema, no existe garantía alguna de que el modelo tenga ninguna correspondencia genuina con las cualidades reales del sistema en cuestión. El modelo meramente imitaría el comportamiento. Este tema se vuelve crucial en lo que respecta a las técnicas modernas de construcción de modelos dinámicos no lineales a partir de conjuntos de información de series largas de tiempo (e.g. Smith 1992), por ejemplo, el registro de las manchas solares o del valor de cierre de una determinada acción bursátil durante un período de tiempo específico. En estos casos, después de llevar a cabo algunas pruebas sobre los conjuntos de información, el modelador puede configurar un modelo matemático que reproduzca la serie de tiempo como resultado. ¿Están, dichos modelos, únicamente imitando el comportamiento del sistema de estudio? ¿Dónde se ubica el realismo en este escenario?

Otra cuestión en relación con el caos y el realismo es la siguiente: ¿es el caos solamente una característica de nuestros modelos matemáticos o es una característica genuina de los sistemas reales en nuestro mundo? Esta cuestión queda bien ilustrada por un tipo peculiar de estructura geométrica de los modelos caóticos disipativos, llamada *atractor extraño,* que se puede formar a partir del estirado y plegado de las trayectorias en el espacio de estados. Los atractores extraños normalmente solo ocupan una subregión del estado de espacios, pero una vez que la trayectoria deambula lo suficientemente cerca del atractor, queda atrapada cerca de la superficie del atractor por el resto de su futuro.

Una de las propiedades características de los atractores extraños es que poseen una estructura autosimilar. Si magnificáramos cualquier porción del atractor, lo que encontraríamos es que tal porción magnificada se vería exactamente idéntica a la región en su tamaño regular. Si volviésemos a magnificar la región ya magnificada, veríamos una vez más la misma estructura. Repeticiones continuas de este proceso volverían a dar los mismos resultados. La estructura autosimilar se repite en *escalas arbitrariamente pequeñas*. Una implicación geométrica importante de la auto similaridad es que *no existe un tamaño de escala inherente,* de modo que podemos tomar una magnificación tan grande como deseemos de una región pequeña del atractor y estadísticamente una estructura similar estará repetida (Hilborn 1994, 56). En otras palabras los atractores extraños de los modelos caóticos tienen *un número infinito de capas de una estructura repetitiva*. Este tipo de estructuras permite que las trayectorias se mantengan dentro de una región acotada del espacio de estados, plegándose y entrelazándose unas con otras sin nunca intersecar ni repetirse consigo mismas exactamente.

Los atractores extraños son usualmente caracterizados como poseedores de una dimensión no entera o fractal (aunque no todos los atractores tienen una dimensión de tales características.) El tipo de dimensión que usualmente encontramos tanto en la física como en la experiencia cotidiana es entera. Un punto tiene dimensión cero; una línea dimensión uno; un cuadrado dimensión dos, un cubo dimensión tres y así en adelante. Para explicar la generalización de nuestras intuiciones acerca de la dimensión considérese un cuadrado grande. Supóngase ahora que llenamos el cuadrado grande con pequeños cuadrados cada uno con lados de tamaño ε. El número de pequeños cuadrados necesarios para llenar completamente el espacio interior del cuadrado grande es $N(\varepsilon)$. Ahora bien, repítase el proceso de llenado del cuadrado grande con los cuadrados pequeños, pero haciendo cada vez más pequeño el tamaño sus lados ε. En el límite en que ε se aproxima a cero, encontramos que el coeficiente $\ln N(\varepsilon)/\ln(1/\varepsilon)$ equivale a dos, que es justo lo que esperaríamos para un cuadrado de dos dimensiones. Se puede imaginar el mismo ejercicio para el llenado de un cubo grande de tres dimensiones (un salón, digamos) con pequeños cubos y en el límite cuando ε se aproxima a cero, habremos arribado a una dimensión de tres. Cuando aplicamos estas generalizaciones a la dimensión de la estructura geométrica de los atractores extraños, lo que encontramos como resultado es un número no entero. Esto significa que si tratamos de aplicar el mismo procedimiento de “llenar” la estructura formada por el atractor extraño con pequeños cuadrados o cubos, en el límite cuando ε tiende a cero el resultado es no entero. Ya sea que uno esté examinando un conjunto no lineal de ecuaciones matemáticas o analizando la información de las series de tiempo a partir de un experimento, la presencia de autosimilitud o de dimensiones no enteras son indicaciones de que el comportamiento caótico del sistema bajo estudio es disipativo (no conservativo) en lugar de hamiltoniano (conservativo).

Aunque entre los matemáticos no existe una definición universalmente aceptada de atractores extraños ni dimensión fractal, la pregunta más seria es acerca de si los atractores extraños como la dimensión fractal son propiedades de nuestros modelos o si lo son también de los sistemas del mundo real. Por ejemplo, las investigaciones empíricas en varios sistemas del mundo real indican que no hay estructuras autosimilares infinitamente repetidas como la de los atractores extraños (Avnir *et al.* 1998; ver también Shenker 1994). A lo sumo, lo que uno encuentra son estructuras autosimilares repetidas en dos o tres escalas espaciales dentro de la reconstrucción del espacio de estados, y eso es todo. Esto parece ser más un *prefractal*, donde la estructura autosimilar existe únicamente en un número finito de escalas de tamaño. Es decir, los prefractales repiten su estructura bajo un número finito de aumentos en lugar de infinitamente como en el caso de un fractal. Así que esto parece indicar que no hay genuinos atractores extraños con dimensión fractal en los sistemas reales, sino únicamente atractores con una geometría prefactal con autosimilitud en un número limitado de escalas espaciales.

Por otra parte, todos los modelos caóticos disipativos utilizados para caracterizar algunos de los sistemas del mundo real exhiben atractores extraños con geometría fractal. De modo que parecería que las geometrías fractales en los espacios de estado del modelo caótico no guardan relación alguna con las características prefractales de los sistemas del mundo real. En otras palabras, estas características fractales de muchos de nuestros modelos son claramente falsas para los sistemas de estudio, aunque los modelos todavía pueden ser útiles para ayudar a los científicos a localizar dinámicas interesantes de los sistemas de estudio caracterizados por propiedades prefractales. La visión del realismo científico y la visión de la utilidad separan aquí sus caminos. Al menos varios de los atractores extraños de nuestros modelos juegan el rol de ficciones útiles.

No obstante, surgen dos salvedades en esta línea de pensamiento. En primer lugar, el carácter prefractal de los conjuntos de datos analizados (por ejemplo, por Avnir *et al.* 1998) podría ser un artefacto de la forma en que la información se manipula antes de ser analizada o debido a la conversión de analógico a digital que debe tener lugar antes de que el análisis de datos pueda comenzar. La reducción de la valiosa información relativa a los números reales a dieciséis bits bien podría destruir la estructura fractal. Si es así, las estructuras infinitamente autosimilares de los fractales en nuestros modelos podrían no ser una mala aproximación después de todo.

Una razón distinta para sospechar que los sistemas físicos no pueden tener las estructuras auto repetitivas ‘todo el camino hasta el final’ es que en algún punto el mundo clásico da lugar al mundo cuántico, donde las cosas cambian tan drásticamente que no puede haber un atractor extraño pues el espacio de estados es otro. Por consiguiente, estamos aplicando un modelo que lleva una tremenda cantidad de excesos, que resulta una estructura ficticia para entender propiedades de los sistemas físicos. Esto se mira como un problema porque una de las estructuras claves que juegan un rol crucial en las explicaciones del caos –la intricada estructura infinita del atractor extraño– estaría entonces ausente en el sistema físico correspondiente.

Según Peter Smith (1998, cap. 3), uno podría estar justificado al emplear modelos de caos obviamente falsos porque la intrincada estructura infinita de los atractores extraños (1) es el resultado de los mecanismos relativamente simple de plegado y estirado y (2) muchos de los puntos del espacio de estados de interés son invariantes bajo los mecanismos de estirado y plegado. Estas características representan los tipos de simplicidad que se pueden tener a expensas (¡quizá excesivas!) de estructuras ficticias infinitas. El atractor extraño exhibe esta estructura y el atractor es un signo de algún proceso de estirado y plegado. La estructura infinita es meramente un equipaje extra, pero las propiedades robustas como las secuencias de duplicación del período, el nacimiento del caos, y así en adelante son suficientemente reales. Esto tiene el definitivo sabor de ser antirrealista acerca de algunos elementos de la explicación de caos (5.2) y ha sido criticado como tal (Koperski 2001).

En lugar de intentar forzar al caos dentro del molde del realismo científico, tal vez sea mejor cambiar a un recuento alternativo del realismo, el *realismo estructural* (e.g. Worrall 1994). A grandes rasgos, la idea es que el realismo en las prácticas científicas gira en torno a las relaciones estructurales de los fenómenos. De modo que el realismo estructural tiende a centrarse en las estructuras causales de las hipótesis y teorías científicas bien confirmadas. Los tipos de características estructurales universales identificados en los fenómenos caóticos provenientes de reinos tan diversos como la física, la biología y la economía son muy sugerentes de alguna forma de realismo estructural y, de hecho, intentan jugar un papel clave en las explicaciones del caos (ver más adelante). Aunque, de nuevo, hay preocupaciones importantes de que las estructuras infinitamente repetidas de auto-similitud no se lleven a cabo en los sistemas físicos. Desde un enfoque del realismo estructural de los modelos caóticos, uno enfrenta la dificultad de que los atractores extraños sean en el mejor de los casos una aproximación demasiado grosera de la estructura de los atractores físicos y en el peor de los casos una conceptualización errónea.

Tal vez otros tipos de estructuras geométricas asociadas con el caos calificarían en una visión del realismo estructural. Después de todo, también parece ser el caso que el realismo respecto de los modelos del caos tiene más que ver con los procesos –a saber, los mecanismos de estirado y plegado operantes en los sistemas de interés–. Pero aquí la conexión entre realismo y modelos del caos surgiría indirectamente de una apelación a los procesos causales que operan en los modelos completamente no lineales que son tomados como los representantes de los sistemas físicos. Tal vez el carácter fractal de los atractores extraños es un artefacto introducido a través de las varias idealizaciones y aproximaciones que se utilizan para derivar dichos modelos caóticos. Si esto es así, entonces tal vez, existe una manera distinta de arribar a los modelos más realistas del caos que tienen atractores prefactales.

5.2 La naturaleza de las explicaciones del caos ↑

El caos ha contribuido substancialmente o ha sido invocado como una explicación para los comportamientos del mundo real. Algunos ejemplos son los ataques epilépticos, la arritmia cardiaca, los procesos neuronales, las reacciones químicas, el clima, el control de los procesos industriales e incluso algunas formas de mensajes cifrados. Aparte de la conducta irregular de los sistemas del mundo real, el caos también se invoca para explicar características como las trayectorias exhibidas en un espacio de estados dado o los tiempos de permanencia de las trayectorias en determinadas regiones del espacio de estados. Pero, ¿cuál es, exactamente, el papel que el caos juega en estas diversas explicaciones? Más sucintamente, ¿cuáles son las explicaciones del caos?

La naturaleza de una explicación científica en la literatura sobre el caos no está discutida del todo, por decirlo suavemente. Los recuentos tradicionales para la explicación científica como legalidad, mecanismos causales y modelos de unificación, todos ellos presentan varios traspiés cuando se aplican al fenómeno del caos. Por ejemplo, si no hay leyes en el corazón de las explicaciones del caos –y no parece creíble que las leyes pudieran jugar un rol en dichas explicaciones– entonces los modelos de legalidad no parecen prometedores como candidatos para las explicaciones del caos.

En mayor o menor grado, el modelo de explicación causal-mecánico sostiene que la ciencia proporciona un entendimiento de diversos hechos y eventos cuando muestra cómo estos encajan dentro de la estructura causal del mundo. Si el caos es un comportamiento que exhiben los sistemas no lineales (tanto matemáticos como físicos), entonces parece razonable pensar que pudieran existir algunos mecanismos o procesos responsables de dicho comportamiento. Después de todo, el caos es típicamente entendido como una propiedad de la dinámica de dichos sistemas, y la dinámica es usualmente determinada por los procesos que se llevan a cabo y por sus interacciones. Los enlaces entre mecanismos causales y comportamientos dentro del modelo mecánico-causal se supone que son confiables a lo largo de la línea de pensamiento que mantiene que el comportamiento B se sigue si un mecanismo C está presente. En este sentido las explicaciones del caos, entendidas dentro del modelo mecánico-causal, se visualizan como proveyendo conexiones confiables entre mecanismos y el comportamiento caótico que exhiben los sistemas que contienen dichos mecanismos.

Por otra parte, la idea básica de los recuentos de la explicación como unificación es que la ciencia proporciona un entendimiento de diversos hechos y eventos cuando muestra cómo estos pueden ser unificados en un conjunto de factores mucho más pequeño (e.g. leyes o causas; en el caso del último, uno podría considerar esto como un tipo de explicación causal). Tal vez uno puede afirmar que el caos es un dominio o un conjunto de un número limitado de patrones y herramientas para explicar/entender un conjunto de comportamientos característicos que se encuentran en diversos fenómenos extendidos a lo largo de la física, la química, la biología, la economía, la psicología social, entre otras. En este sentido el conjunto de parámetros o estructuras (e.g. "plegado y estirado") podría conformar las provisiones que unifican nuestro entendimiento de todos estos diversos fenómenos que se comportan caóticamente.

5.2.1 Explicaciones, modelos fieles y caos ↑

Tanto los recuentos causales como de unificación, en tanto típicamente concebidos, asumen que las teorías tienen lugar y que los modelos de dichas teorías juegan un rol en las explicaciones. En los recuentos causales, los procesos causales son los componentes claves de los modelos. En los recuentos de unificación, las leyes podrían ser los factores explicativos definitivos, pero comúnmente es a través de los modelos que conectamos las leyes con los sistemas físicos. Sin embargo, para ser de hecho explicativos, dichos recuentos deben comprometerse con la suposición del modelo fiel; a saber, que nuestros modelos (y su espacio de estados) son fidedignos en lo que dicen del mundo.

Recordemos que la DS –divergencia exponencial de trayectorias vecinas– es tomada por muchos como una condición necesaria para el caos. Como vimos en §3, sería difícil, si no imposible, confirmar cuándo un modelo sirve como buena explicación puesto que, por ejemplo, el mínimo refinamiento de las condiciones iniciales puede llevar a un comportamiento salvajemente distinto. Por ende, resulta difícil estimar en muchos de los enfoques estándar sobre la confirmación y los modelos cuándo estamos frente a una buena explicación. Incluso si llevamos la suposición del modelo fiel al extremo –i.e. asumiendo que el modelo es perfecto– caemos dentro de una cuestión tramposa de la confirmación, debido a que existen demasiados estados indistinguibles del estado actual cuyas trayectorias en el modelo del espacio de estados son empíricamente indistinguibles (Judd y Smith 2001).

Tal vez con respecto a las explicaciones del caos deberíamos buscar procesos que generen el "estirado y plegado" en su dinámicas (la forma causal de la explicación) o deberíamos buscar las propiedades comunes que dicho comportamiento exhibe (la forma de unificación de la explicación) subyacentes al comportamiento de los sistemas no lineales de interés. En otras palabras, queremos ser capaces de entender por qué los sistemas exhiben DSCI, aperiodicidad, aleatoriedad, etc. Pero como estas son las propiedades que caracterizan el comportamiento caótico, suena a que el enfoque de la explicación según unificaciones podrá apelar en última instancia a las propiedades que necesitan ser explicadas.

El cuadro explicativo se vuelve aún más complicado si nos alejamos de una caracterización de la DS por medio de los exponentes globales de Lyapunov y nos conformamos con una caracterización más realista, a saber los efectos de divergencia/contracción caracterizados por los exponentes de Lyapunov de tiempo finito. Sin embargo, incluso en este caso, tal parece que las propiedades a las que se apela en el recuento de la unificación escogen los patrones del caos que queremos entender: ¿cómo surgen estas propiedades? Parece que los recuentos de unificación se encuentran todavía en desventaja para caracterizar las explicaciones del caos.

Supongamos que apeláramos a los atractores extraños en nuestros modelos o en las técnicas de reconstrucción del espacio de estados. ¿Sería esto evidencia de que existe un atractor extraño en el comportamiento del sistema de interés? Modulo las preocupaciones levantadas en §5.1, incluso si la presencia de un atractor extraño en el espacio de estados fuera una condición tanto necesaria como suficiente para que el modelo fuera caótico, esto no contaría como una explicación del comportamiento caótico en el sistema de estudio. Primero, porque el atractor extraño es un objeto en el espacio de estados, que no es lo mismo que decir que el sistema real actúa como si hubiera un atractor extraño en el espacio físico de su actividad. Una trayectoria en el espacio de estados es un camino para ganar información útil acerca del sistema bajo estudio (vía la suposición del modelo fiel), pero es diferente de las trayectorias desarrolladas al buscar cómo cambian las propiedades del sistema con respecto del tiempo. Solo porque una trayectoria del sistema en el espacio de estados gire cada vez más cerca del atractor extraño no implica que el comportamiento del sistema de estudio en el espacio físico esté de alguna manera aproximándose al atractor (excepto, posiblemente, en el escenario del modelo perfecto). Segundo, aunque relacionado con lo anterior, porque la presencia de un atractor extraño solo sería una marca del caos, y no una explicación de por qué las propiedades caóticas estarían siendo exhibidas por un sistema. Tal parece que seguimos necesitando apelar a los procesos en interacciones que causan que las dinámicas tengan las propiedades características que asociamos con el caos.

Llegados a este punto, surge una cuestión implicada en el final de las subsecciones previas, a saber: ¿qué es lo que afecta la unificación en las explicaciones del caos? Los modelos explicativos de unificación típicamente posicionan un cúmulo explicativo relativamente pequeño de leyes o mecanismos que sirven para explicar o unificar un conjunto diverso de fenómenos. Un ejemplo estándar es el de la mecánica newtoniana en tanto que provee un pequeño conjunto de principios que pueden servir para explicar fenómenos tan diversos como el movimiento de proyectiles, la caída de los cuerpos, las mareas, las órbitas planetarias y los péndulos. En este sentido, decimos que la mecánica newtoniana unifica un conjunto de fenómenos diversos al mostrar que todos ellos están gobernados por un pequeño conjunto de principios físicos. Ahora bien, si un constructo de unificación de las explicaciones del caos, solo se enfoca en las similitudes matemáticas de los comportamientos de diversos fenómenos (e.g. la ruta de la duplicación del período al caos o DSCI), entonces uno puede legítimamente cuestionar si el sentido relevante de la unificación está en juego en las explicaciones del caos. ‘El almacén explicativo’ de las explicaciones del caos es de hecho un conjunto pequeño de características matemáticas y geométricas, ¿pero no es este el almacén equivocado (compárese con los principios físicos de la mecánica newtoniana)? No obstante, si se supone que la unificación se logra a través de los mecanismos subyacentes que producen estas características matemáticas y geométricas, entonces el almacén explicativo parece ser muy grande y heterogéneo –los mecanismos en física son diferentes de aquellos en biología, y son diferentes de aquellos en ecología y son diferentes de aquellos en economía y son diferentes de aquellos en psicología social… Una vez más, el modelo mecánico-causal de la explicación parece dar más sentido a la caracterización la naturaleza de las explicaciones del caos.

5.2.2 Caos y entendimiento ↑

Si esto fuera todo lo que existe respecto de la historia de las explicaciones del caos, entonces el enfoque causal parecería más prometedor. Pero también podría ser el caso que no existiera nada especial acerca de dichas explicaciones: hay procesos e interacciones que causan que las dinámicas tengan propiedades caóticas. Stephen Kellert (1993, capítulo 4) mantiene empero que hay algo nuevo en las dinámicas caóticas, que nos fuerza a volver a pensar la explicación cuando se trata el tema de modelos caóticos. Su propuesta para las explicaciones del caos en tanto ofrecen un entendimiento cualitativo del comportamiento del sistema sugiere que los recuentos causales, al menos, no encajan del todo bien con lo que va ocurriendo en la investigación del caos.

Kellert primero se enfoca en una de las intuiciones claves que conducen varias de las miradas en los debates acerca de la naturaleza de la explicación: a saber, que la ciencia proporciona un entendimiento o *insight* dentro de los fenómenos. Las explicaciones del caos, de acuerdo con Kellert, alcanzarían un entendimiento vía la construcción, elaboración y aplicación de modelos dinámicos simples. Él da tres puntos de contraste entre este enfoque de entendimiento y lo que él toma como el enfoque estándar de entendimiento en las ciencias. El primero es que las explicaciones de caos involucran modelos que son *holísticos* en lugar de microreduccionistas. Los modelos del segundo tipo parecerían romper los sistemas en sus partes constituyentes y buscar por relaciones tipo leyes entre sus partes. En contraste, muchas de las herramientas matemáticas de las dinámicas caóticas son holistas en tanto que extraen o revelan información acerca del comportamiento del modelo del sistema como un todo que puede no resultar evidente desde las ecuaciones no lineales de los modelos en sí mismos. Métodos como la reconstrucción del espacio de estados y de secciones de superficie pueden revelar información implícita en las ecuaciones no lineales. Desarrollar mapas uni- y bidimensionales desde las ecuaciones del modelo puede también proveer directamente este tipo de información, y resultan mucho más simples que el modelo completo de ecuaciones.

En tanto que el primer punto de contraste está tomado desde la práctica de la física, el segundo es lógico. Después de reducir el sistema a sus partes, el siguiente paso en el enfoque estándar del entendimiento, según Kellert, es construir un “esquema deductivo, que provea una prueba rigurosa de la necesidad (o explicabilidad) de la prueba a mano” (1993, 91). Lo que hace de esto lógico es el énfasis en un “sistema deductivo”. El enfoque en las dinámicas caóticas no hace uso de inferencias deductivas. Específicamente, en lugar de observar los principios básicos, proposiciones, etc., y de hacer inferencias deductivas, las explicaciones del caos apelan a las simulaciones computacionales debido a la dificultad, o incluso imposibilidad, de deducir el comportamiento caótico del sistema desde las ecuaciones del modelo (e.g. no hay prueba de DS para el modelo de Lorenz basado en las ecuaciones reinantes).

El tercer punto de contraste es histórico. En los contextos donde la superposición lineal se mantiene, una especificación completa del estado instantáneo más las ecuaciones de movimiento ofrecen toda la información acerca del sistema que hay que saber (e.g. el movimiento de péndulos y proyectiles). Aunque una especificación completa de dichos estados es imposible, pequeñísimos errores en la especificación de dichos estados lleva a pequeñísimas desviaciones entre los comportamientos del modelo y el sistema de interés, al menos para tiempos cortos y modelos buenos. En contraste, en los contextos no lineales donde la superposición lineal falla, una especificación completa de un estado instantáneo del sistema más las ecuaciones de movimiento no ofrecen toda la información que existe sobre el sistema, e.g. si hay memoria de efectos (histéresis). Entonces también necesitamos conocer la historia del sistema (si comenzó por arriba o por debajo del punto crítico.) Así las explicaciones del caos también deben tomar en cuenta la historia del modelo.

¿Qué tipo de entendimiento se logra mediante las explicaciones del caos? Kellert argumenta que obtenemos (1) predicciones de comportamientos cualitativos en lugar de detalles cuantitativos, (2) mecanismos geométricos en lugar de procesos causales y (3) ciertos patrones en lugar de una necesidad tipo leyes.

Con respecto a (1), las predicciones detalladas referentes a las trayectorias individuales fallan bastante rápido para los modelos caóticos en la presencia de algún error en la especificación del estado inicial. En lugar de esto, Kellert dice, lo que tenemos son predicciones de los comportamientos globales de los modelos y un recuento de los modelos caóticos de predictibilidad limitada. Sin embargo muchos de estos comportamientos pueden ser predichos con precisión (e.g. los valores de los parámetros de control [6] en los que ocurren varias bifurcaciones, el inicio del caos, el retorno de las órbitas periódicas.) (1) da un *insight* importante pero limitado. Bajo esta mirada somos capaces de predecir cuándo se puede esperar que las características cualitativas de la dinámica no lineal lleven a un cambio brusco, pero los modelos de caos no otorgan valores precisos de las variables del sistema. Obtenemos estos últimos valores cuando ejecutamos de golpe las simulaciones computacionales del modelo completo de ecuaciones no lineales, siempre que los grados de libertad se mantengan razonables. En este sentido las explicaciones de caos son complementarias a la simulación completa del modelo porque nos pueden decir cuándo/dónde esperar que la dinámica cambie el inicio de las dinámicas complicadas en la simulación del modelo.

Con respecto a (2), las explicaciones del caos no son especies de explicación causal. Esto es decir, que las explicaciones de caos no se centran en, ni revelan, los procesos ni las interacciones que originan las dinámicas; en lugar de esto, revelan características geométricas de larga escala de las dinámicas. Kellert mantiene que los tipos de mecanismos en los que las explicaciones del caos se centran no son causales sino geométricos. Parte de las razones detrás de sus afirmaciones es que observa los recuentos típicos causales de la explicación operando de una manera reductiva: traza los procesos individuales causales y sus interacciones para entender el comportamiento del sistema. Pero las explicaciones del caos, de acuerdo con Kellert, evitan este nivel de detalle, centrándose por otra parte en el comportamiento del sistema como un todo. De hecho las explicaciones del caos tienden a agrupar modelos y sistemas en tanto exhiben patrones similares de comportamiento sin reparar en las diferencias causales subyacentes. Los procesos causales son ignorados; los patrones universales de comportamiento son el foco de atención. Y es la información cualitativa sobre las características geométricas del modelo la que resulta clave para las explicaciones del caos para Kellert.

Con respecto a (3), si el entendimiento científico solo puede ser alcanzado apelando a leyes universales que expresan necesidad nómica –una fuerte intuición aún presente en muchos filósofos– entonces las explicaciones del caos definitivamente no quedan a la altura. Las explicaciones del caos no reposan en absoluto en consideraciones nómicas; muy por el contrario, reposan en patrones de comportamiento y en varias propiedades que caracterizan este comportamiento. En breve, los estudios del caos buscan patrones más que leyes.

Pero supongamos que de enunciados universales de necesidad nómica cambiamos la noción de leyes a la de regularidades fenomenológicas (e.g. Cartwright 1983, 1999; Dupré 1993). ¿Podrían entonces las explicaciones del caos ser entendidas como la búsqueda de dichas leyes fenomenológicas al nivel del todo? Después de todo, el campo del caos no está proponiendo ninguna revisión de las leyes físicas de la manera que la relatividad y la mecánica cuántica sí hicieron. A su vez, si es que está proponiendo algo, son nuevos niveles de análisis y técnicas para estos análisis. Tal vez, es al nivel del todo que existen las regularidades fenomenológicas que no pueden ser probadas por los enfoques microreduccionistas. Pero esta propiedad, al menos a primera vista, no puede contar contra el microreduccionismo en un sentido que no sea el epistemológico, esto es, las metodologías holísticas son más efectivas para responder algunas de las preguntas que el caos plantea.

Este *entendimiento dinámico,* como Keller lo denota, logrado por los modelos del caos sugeriría que los típicos recuentos causales de la explicación apuntan a un nivel diferente de entendimiento. En otras palabras, los recuentos causales parecen mucho más consonantes con el estudio completo de los modelos no lineales. La explicación de caos, en contraste, persigue un entendimiento utilizando una reducción de las ecuaciones derivada de varias técnicas, aunque a menudo todavía vagamente basada en las ecuaciones no lineales completas. Esta manera de ver las cosas sugiere que, después de todo, *sí* existe un tipo de unificación en las explicaciones del caos. Un conjunto de patrones de comportamiento sirve como la característica explicativa o unificadora que reúne las apariencias de características similares a través de un conjunto diverso de fenómenos y disciplinas (nota: Kellert no discute los recuentos de unificación). Esto, a su vez, sugiere mayores posibilidades: un recuento causal de la explicación es más apropiado al nivel del modelo completo, mientras que el recuento de la unificación es quizá más apropiado al nivel del modelo caótico. Los enfoques estarían más bien complementándose que compitiendo.

Más aún, lo que se afirma es que el estudio de dichos modelos caóticos puede ofrecernos un entendimiento del comportamiento en correspondencia con los sistemas del mundo real. Y no porque las trayectorias del modelo guarden un isomorfismo con las trayectorias del sistema; sino porque existe una similitud o correspondencia topológica o geométrica entre los modelos y los sistemas que están siendo modelados. Esta es una versión distinta de la suposición del modelo fiel en tanto que ahora las características topológicas/geométricas del sistema que está siendo modelado son tomadas como fielmente representadas por nuestros modelos caóticos.

5.2.3 ¿Nada nuevo bajo el sol? ↑

En contraste a Kellert, Peter Smith deja claro que él piensa que no existe nada particularmente especial en las explicaciones del caos en comparación con las explicaciones de la física matemática en general (1998, capítulo 7). Tal vez simplemente se trata de que las explicaciones fisicomatemáticas no están bien capturadas por los enfoques filosóficos de la explicación y este desencuentro –particularmente resaltado en un campo tan sexy como lo es el del caos– podría proveer algunas de las razones para que las personas hayan tomado las explicaciones del caos para ofrecer un reto radical a los recuentos filosóficos tradicionales de la explicación.

En particular, Smith entra al asunto de que Keller dice que las explicaciones del caos son, antes que nada, cualitativas más que cuantitativas. Smith apunta que podemos calcular los exponentes de Lyapunov, los puntos de bifurcación como parámetros del control del cambio e incluso usar modelos de caos para predecir los valores de evolución de las variables –"imagen de la trayectoria individual"– al menos para algunos horizontes cortos en el tiempo. Así que tal vez haya más información cuantitativa extraíble en los modelos del caos que la que Kellert apunta (esto es particularmente cierto si miramos los métodos estadísticos de predicción). Más aún, Smith afirma que las explicaciones físicas estándar, que siguen los resultados cuantitativos, siempre enfatizan las características cualitativas de los modelos.

Podríamos coincidir, entonces, en que no existe nada particularmente especial o desafiante acerca de las explicaciones del caos en comparación con los otros tipos de explicaciones en física con respecto al entendimiento cualitativo/cuantitativo. Lo que parece ser el caso para los modelos del caos –y para las dinámicas no lineales en general– es que hacen mucho más difícil la extracción de información cuantitativa útil. Lo que exhiben los enfoques metodológicos en el caos no es tan diferente de lo que ocurre en otras áreas de la física matemática, donde las matemáticas son intratables y los *insight* físicos más acotados. Más aún, no hay garantía de que en el futuro no hagamos algún tipo de gran avance por disponer los modelos del caos en una base mucho más sólida que se siga de primeros principios, así que la afirmación de que las explicaciones del caos son de un tipo diferente que los otros modelos de explicación en la física matemática, no parece tener mucha substancia.

5.3 En resumen ↑

La discusión de 'entendimiento dinámico' de Kellert y los apuntes críticos de Peter Smith coinciden en que varias de la características robustas o universales del caos son importantes para su estudio. La idea de centrarse en las características universales como los patrones, números críticos y demás sugiere que cierta forma de recuento de la explicación como unificación es lo que está en juego en las explicaciones del caos: agrupar todos los ejemplos de comportamiento caótico vía patrones universales y otras propiedades (e.g. secuencias de duplicación del período). Existe cierta discrepancia acerca de hasta qué punto las metodologías actuales de investigación del caos ofrecen algún tipo de desafío radicalmente nuevo al proyecto de explicación científica.

Incluso si no hubiera nada radicalmente nuevo respecto de la explicación científica, el tipo de entendimiento que proporcionan los modelos del caos es todavía un desafío a desentrañar. Un problema es que este 'entendimiento dinámico' parece ser únicamente descriptivo. Esto es, Kellert, parece estar diciendo que entendemos cómo surge el caos cuando podemos señalar, por ejemplo, una secuencia de duplicación del período o la presencia de un atractor extraño. Pero esto pareciera estar únicamente proveyendo marcas distintivas para el caos más que ofreciendo un insight genuino de lo que se esconde detrás del comportamiento, i.e. la *causa* del comportamiento. Kellert evita las causas con respecto a las explicaciones del caos y existe una razón justa y directa para esto: los modelos simplificados del caos parecen ser solamente matemáticos (e.g. mapas unidimensionales) basados, vagamente, en las ecuaciones no lineales originales. En otras palabras, es como si las causas ¡hubiesen sido vaciadas! De modo que la pregunta de cuál de los recuentos de la explicación científica captura mejor la investigación del caos –el causal, de unificación u otro– se mantiene abierta.

Además, puesto que todos estos modelos simplificados usan aproximadamente las mismas matemáticas, ¿por qué habríamos de pensar que es sorprendente que surjan los mismos patrones una y otra vez en modelos dispares?

Después de todo, si todo rastro de los procesos e interacciones –las causas– ha sido removido de los modelos del caos, como Kellert sugiere, por qué debería ser sorprendente que los modelos en física, biología, economía y psicología social exhiban comportamientos similares. Si realmente todo es en esencia una cuestión de tener las mismas matemáticas en todos los modelos, ¿qué es entonces lo que realmente estamos entendiendo cuando utilizamos estos modelos?

6 Algunas conclusiones más amplias con respecto al caos ↑

Han surgido algunas discusiones con respecto a conclusiones más amplias del caos para otros dominios de la investigación filosófica. Dos de las más interesantes serán desarrolladas aquí.

6.1 Libre albedrío y conciencia ↑

Varios autores han recurrido a la mecánica cuántica pare ayudar a explicar la conciencia y el libre albedrío (e.g. Compton 1935; Eccles 1970; Penrose 1991, 1994 y 1997; Beck y Eccles 1992; Stapp 1993; Kane 1996). Aún así, ha sido menos claro para muchos que la mecánica cuántica sea relevante para los temas de la conciencia y el libre albedrío. Por ejemplo, una primera objeción a la postura que sostenía que los efectos cuánticos influyen sobre la voluntad humana fue ofrecida por el filósofo J.J.C. Smart (1963, 123–4).[7] Incluso si el indeterminismo fuera verdadero al nivel cuántico, Smart argumenta que el cerebro se mantendría determinista en sus operaciones puesto que los eventos cuánticos son insignificantes en comparación. Después de todo se sabe que una única neurona es excitada por un número de moléculas que asciende a un orden de miles, y que cada molécula se compone de un número de entre diez y veinte átomos. Los efectos cuánticos aunque substanciales cuando se trata de átomos sueltos son presuntamente descartables cuando se trata de sistemas que involucran grandes números de moléculas. Por ende parece que los efectos cuánticos resultarían insignificantes en comparación con los efectos de miles de moléculas como para jugar algún rol en la conciencia o la deliberación.

Argumentos como los expuestos por Smart no toman en consideración la posibilidad de la amplificación de los efectos cuánticos a través del interacción entre la DSCI al nivel del mundo macroscópico por un lado y los efectos cuánticos por el otro (véase §4). Los argumentos de la DS se proponen demostrar que el caos en los sistemas clásicos puede amplificar las fluctuaciones cuánticas debido a la sensibilidad a los más pequeños cambios en las condiciones iniciales. A lo largo de esta línea supóngase (de una manera simplista) que los patrones de destello neuronal en el cerebro corresponden a estados de decisión. La idea es que el caos podría amplificar los eventos cuánticos causando que una neurona solitaria se dispare cuando de otra manera nunca lo hubiera hecho. Si el cerebro (un objeto macroscópico) se encuentra también en un estado dinámico caótico que lo torna sensible a pequeños alborotos, este disparo neuronal adicional, pequeño como es, se amplificaría aún en mayor medida hasta el punto donde los estados cerebrales evolucionarían de manera diferente de lo que hubiera sucedido si la neurona no se hubiera disparado. A su vez estos disparos neuronales y estados cerebrales alterados podrían permitir el desarrollo de estos efectos cuánticos afectando así el resultado de las decisiones humanas.

Existen muchas objeciones a esta línea de razonamiento. Primero, la presencia de caos en el cerebro y sus operaciones es una cuestión empírica que se encuentra en intenso debate (Freeman y Skarda 1987; Freeman 1991, 2000; Kaneko, Tsuda y Ikegami 1994, 103-189; Vandervert 1997; Diesmann, Gewaltig y Aertsen 1999; Lehnertz 2000). Sin embargo, deberíamos señalar que esta discusión típicamente asume DS o Caos$_\lambda$ como las definiciones de caos. Tal vez lo que realmente es necesario para una sensibilización hacia los efectos cuánticos en el cerebro, así como la amplificación de dichos efectos, es la pérdida del principio de superposición encontrado en los sistemas no lineales. Segundo, este tipo de argumentos referentes a la sensibilidad dependen crucialmente de cómo son interpretadas la mecánica cuántica y las mediciones, así como el estatus que se otorga al indeterminismo (§4). Tercero, aunque en lo abstracto los argumentos relacionados con la sensibilidad parecerían llevarnos a la conclusión de que el más pequeño de los efectos puede ser amplificado, aplicar ese tipo de argumentos a los sistemas físicos concretos muestra que la amplificación de los procesos puede estar severamente constreñida. En el caso del cerebro, actualmente no sabemos qué tipo de constricciones existen en la amplificación.

Una posibilidad alternativa para evitar muchas de las dificultades que exhibe el enfoque de mecánica cuántica+caos es sugerida por la investigación sobre los sistemas “alejados del equilibrio” de Ilya Prigogine y su equipo de Bruselas-Austin (Bishop 2004). Su trabajo pretende ofrecer razones para buscar un tipo distinto de indeterminismo tanto a nivel microscópico como macroscópico.

Considérese un sistema de partículas. Si las partículas están distribuidas en la posición de manera uniforme en una región del espacio, el sistema se dice que está en equilibrio termodinámico (e.g. la leche uniformemente distribuida en una taza de café). En contraste, si el sistema está “lejos del equilibrio” (fuera de equilibrio) las partículas se organizan de tal manera que es factible que estructuras extremadamente ordenadas puedan aparecer (e.g. un cubo de hielo que flota en una taza de té). Las siguientes propiedades caracterizan los sistemas estáticos fuera de equilibrio: números grandes de partículas, estructuras con alto grado de orden, comportamiento colectivo, irreversibilidad y propiedades emergentes. El cerebro posee todas estas propiedades, así que el cerebro puede ser considerado un sistema fuera de equilibrio (¡un cerebro en equilibrio es un cerebro muerto!).

Permítanme esbozar rápidamente una versión simplificada del enfoque para así explicar por qué los progresos logrados por el grupo de Bruselas-Austin ofrecen una alternativa para investigar las conexiones entre la física, la conciencia y el libre albedrío. Los enfoques convencionales en la física describen sistemas que utilizan las trayectorias de las partículas como elemento explicativo fundamental de sus modelos, lo que significa que el comportamiento del modelo es derivable de las trayectorias de las partículas que componen el modelo. Las ecuaciones que gobiernan el movimiento de estas partículas son reversibles con respecto al tiempo (pueden ir hacia adelante o hacia atrás como en una película). Cuando hay demasiadas partículas involucradas como para hacer viable este tipo de cálculos (como en gases o líquidos), se utilizan procedimientos de promedio de grano grueso para desarrollar un imagen estadística de cómo el sistema se comporta en lugar de enfocarse en el comportamiento de partículas individuales.

En contraste, el enfoque de Bruselas-Austin define los sistemas fuera de equilibrio en términos de modelos no lineales cuyos elementos explicativos fundamentales son las distribuciones; es decir, los arreglos de partículas son los elementos fundamentales de las explicaciones y no las partículas individuales ni sus trayectorias.[8] Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de estas distribuciones son generalmente irreversibles con respecto al tiempo. Así mismo, centrarse exclusivamente en las funciones de distribución abre la posibilidad de que los modelos macroscópicos fuera de equilibrio sean irreduciblemente indeterministas en un sentido que no tiene nada que ver con la ignorancia acerca del sistema. De ser así, esto significaría que las probabilidades son ontológicamente tanto un elemento fundamental de mundo macroscópico como lo son del microscópico y quedan libres de las dificultades interpretativas que se encuentran en la mecánica cuántica convencional.

Un *insight* importante del grupo Bruselas-Austin, al dejar las trayectorias y tomar las distribuciones como elementos fundamentales, es que la explicación también deja atrás un contexto local (el conjunto de trayectorias de partículas) y pasa a un contexto global (distribuciones de un conjunto entero de partículas). Los sistemas que actúan como un todo pueden producir efectos colectivos que no son reducibles a la suma de las trayectorias y subelementos que los conforman (Bishop 2004 y 2008). El cerebro exhibe este tipo de comportamiento colectivo en muchas circunstancias (Engel *et al.* 1997) y el trabajo de Prigogine y sus colegas nos da una herramienta más para tratar de entender este comportamiento. Más aún, los modelos no lineales fuera de equilibrio también exhiben DSCI, así que hay varias posibilidades en estos enfoques para una descripción dinámica realmente rica de las operaciones cerebrales y los fenómenos cognitivos (e.g. Juarrero 1999). Aunque el enfoque de Bruselas-Austin a la mecánica estadística fuera de equilibrio sigue siendo especulativo y contiene algunas preguntas técnicas abiertas (Bishop 2004), ofrece no solo una alternativa a las exploración de la relación entre la física, la conciencia y el libre albedrío sino que también señala a una posible fuente de indeterminismo que puede ser explorada en las teorías del libre albedrío.

Si los enfoques que aplican las dinámicas caóticas para entender la naturaleza de la conciencia y el libre albedrío representarán un genuino avance es una pregunta que se mantiene abierta. Por ejemplo, si el mundo es determinista, entonces invocar la DSCI en la dinámica cognitiva (e.g. Kane 1996) podría proveer un marco sofisticado para la exploración de procesos deliberativos, pero no sería suficiente para las nociones incompatibilistas de la libertad. Por otra parte, si el indeterminismo (cuántico o de otro tipo) es operativo en el cerebro, el reto aún se mantiene para los indeterministas como Robert Kane (1996) que deberán demostrar que los agentes pueden efectivamente controlar dicho indeterminismo utilizando la exquisita sensibilidad que ofrece la dinámica no lineal para aterrizar y explicar el libre albedrío. Aquí son relevantes las preguntas acerca del realismo y la explicación en las dinámicas caóticas (§5) así como la suposición del modelo fiel.

6.2 Acción divina y humana en un mundo no lineal ↑

También es cierto que ha habido muchos trabajos recientes que aplican las perspectivas de los sistemas dinámicos a la cognición y a la acción, reparando en propiedades tales como atractores, bifurcaciones, DSCI y otros de los habitantes del zoológico no lineal (e.g. van Gelder 1995; Kelso 1995; Port y van Gelder 1995; Juarrero 1999; Tsuda 2001). La idea básica es desplegar el marco de las dinámicas no lineales para interpretar no solo la actividad neuronal y cognitiva sino también el comportamiento complejo. Lo que se espera, entonces, es que los patrones neuronales, cognitivos y de la actividad humana puedan ser explicados como el resultado de procesos dinámicos no lineales que involucran interacciones causales y restricciones en múltiples niveles (e.g. neuronas, cerebros, cuerpos, ambientes físicos). Estos abordajes resultan sumamente atractivos, pero a su vez, los mismos se enfrentan a diversos desafíos. Por ejemplo, como se ha mencionado en las secciones previas, la naturaleza de las dinámicas cognitivas y neuronales, en gran parte, se mantiene en disputa. En última instancia, es una cuestión empírica si estas dinámicas son en su gran mayoría no lineales o no lo son. Más aún, el poder explicativo de los enfoques de los sistemas dinámicos relativos a los enfoques computacionales ha sido puesto en duda (e.g. Clark 1998). Nuevamente, son relevantes las preguntas acerca del realismo y la explicación en la dinámica caótica (§5) así como la suposición del modelo fiel.

Por otra parte, John Polkinghorne (entre otros) ha propuesto interpretar la aleatoriedad en modelos y sistemas caóticos macroscópicos como la representación de un auténtico indeterminismo, en lugar de simplemente una medida de nuestra ignorancia (Polkinghorne 1991, 34-48). La idea es que esa apertura o indeterminismo no sólo es importante para el libre albedrío y la acción que experimentamos (Polkinghorne 1991, 40-1), sino también por la acción divina en el mundo (e.g. Polkinghorne 1988 y 1989). En esencia se toma la sensibilidad a pequeños cambios que presentan los sistemas y modelos estudiados en la dinámica caótica, la teoría de la complejidad y la mecánica estadística fuera de equilibrio, para representar una apertura ontológica en el orden físico para la actividad divina. Sin embargo la sensibilidad sobre la cual se basa Polkinghorne también estaría abierta a influencias cuántica sean deterministas o indeterministas. Además, como se mencionó anteriormente en relación con el programa Bruselas-Austin, mucho depende de si podemos encontrar una fuente para el indeterminismo en los comportamientos caóticos. Si la sugerencia de Polkinghorne equivale, simplemente, a ver el mundo como si el caos albergara indeterminismo, entonces parecería ser que no existe ontológicamente lugar para ninguna acción divina, ni en el enfoque de Polkinghorne ni en otros similares.

7 Conclusión ↑

Las dinámicas caóticas y no lineales no son solo áreas ricas para la investigación sino que también plantean varias preguntas de interés filosófico. La mayoría de estas preguntas quedan, sin embargo, en el campo exclusivo de estudio de los filósofos.

8 Notas ↑

1.- Diversos autores utilizan los términos ‘crecimiento geométrico’ y ‘crecimiento exponencial’ de manera diferente a la definida aquí. Volver al texto.

2.- Algunos autores defienden caracterizar el caos en término de las nociones provenientes de la teoría ergódica. Para cierta discusión y referencias ver (Sklar 1995, 235-40; Berkovitz, Frigg y Kronz 2006). Volver al texto

3.- Existe un problema adicional: muchos de los mapas en los estudios del caos (e.g. la transformación de Baker) tienen orígenes puramente matemáticos en lugar de ser derivados desde algunos modelos más complejos del sistema de interés. Es difícil ver qué tipo de conexión se supone que estos mapas tienen con el espacio de posibilidades de los sistemas reales. Volver al texto

4.- En tanto exista cierta incertidumbre en la información inicial de un sistema de estudio, incluso el resultado del modelo fiel divergirá del comportamiento del sistema de estudio. Esto se debe a cualquier incertidumbre en la determinación de las condiciones iniciales verdaderas conduce a la divergencia del comportamiento del modelo respecto del comportamiento del sistema; y no hay manera de reducir esta incertidumbre a cero (e.g. Bishop 2003). Volver al texto

5.- Para interiorizarse sobre las dificultades de maridar los espacios de fases clásicos y cuánticos, ver (Bishop y Kronz 1999, 135-136). Volver al texto

6.- Los parámetros de control son variables particulares u otras propiedades de un sistema –e.g. temperatura, voltaje, flujo–, que pueden modificarse de una determinada manera para poder observar cómo el sistema se comporta cuando el parámetro varía. Estos parámetros hacen referencia a los aspectos estructurales del sistema en cuestión, así como los cambios en temperatura reflejan la energía inyectada en el sistema. Volver al texto

7.- Obsérvese que la objeción de Smart presupone la identidad mente-cerebro.Volver al texto

8.- Muchos autores han concluido que Prigogine y sus colaboradores estaban argumentando que las trayectorias no existían, pero esto no es el caso. El asunto es un tanto técnico y el grupo de Bruselas-Austin ha sido notoriamente poco claro es sus escritos sobre este punto (ver Bishop 2004). Volver al texto

9 Bibliografía ↑

Aristóteles. 1985. *On the Heavens*. En *The Complete Works of Aristotle: The Revised Oxford Translation*, editado por J. Barnes, Vol 1. Princeton: Princeton University Press.

Avnir, D., O. Biham, D. Lidar y O. Malcai. 1998. “Is the Geometry of Nature Fractal?”. *Science* 279: 39–40.

Banks, J., J. Brooks, G. Cairns, G. Davis, G. y P. Stacey. 1992. “On Devaney's Definition of Chaos”. *American Mathematical Monthly* 99: 332–334.

Barone, S. R., E. E. Kunhardt, J. Bentson, y Syljuasen. 1993. “Newtonian Chaos + Heisenberg Uncertainty = Macroscopic Indeterminacy”. *American Journal Of Physics* 61: 423–7.

Batterman, R. W. 1993. “Defining Chaos”. *Philosophy of Science* 60: 43–66.

Beck, F. y J. Eccles. 1992. “Quantum Aspects of Brain Activity and the Role of Consciousness”. *Proceedings of the National Academy of Science (United States)* 89: 11357–11361.

Berkovitz, J, R. Frigg y F. Kronz. 2006. “The Ergodic Hierarchy, Randomness and Chaos”. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 37: 661–691.

Bishop, R. C. 2002a. “Chaos, Indeterminism, and Free Will”. En *The Oxford Handbook of Free Will*, editdo por R. Kane, 111-124. Oxford: Oxford University Press.

Bishop, R. C. 2002b. “Deterministic and Indeterministic Descriptions”. En *Between Chance and Choice. Interdisciplinary Perspectives on Determinism*, editado por H. Atmanspacher y R. Bishop, 5-31. Thorverton: Imprint Academic.

Bishop, R. C. 2003. “On Separating Prediction from Determinism”. *Erkenntnis* 58: 169–188.

Bishop, R. C. 2004. “Nonequilibrium Statistical Mechanics Brussels-Austin Style”. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 35: 1–30.

Bishop, R. C. 2005. “Anvil or Onion? Determinism as a Layered Concept”. *Erkenntnis* 63: 55-71.

Bishop, R. C. 2006. “Determinism and Indeterminism”. En *Encyclopedia of Philosophy, Second Edition*, editada por D. M. Borchert, Vol. 3, 29-35. Farmington Hills, MI: Macmillian Reference.

Bishop, R. C. 2008. “Downward Causation in Fluid Convection”. *Synthese* 160: 229-248.

Bishop, R. C. 2008. “What Could Be Worse than the Butterfly Effect?”. *Canadian Journal of Philosophy* 38: 519–548.

Bishop, R. C. y F. K. Kronz. 1999. “Is Chaos Indeterministic?” En *Language, Quantum, Music: Selected Contributed Papers of the Tenth International Congress of Logic, Methodology & Philosophy of Science*, Florence, August, 1995, editado por M. L. Dalla Chiara, R. Guintini y F. Laudisa, 129-141. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Cartwright, N. 1983. *How the Laws of Physics Lie*. Oxford: Clarendon Press.

Cartwright, N. 1999. *The Dappled World: A study of the Boundaries of Science*. Cambridge: Cambridge University Press.

Clark, A. 1998. “Time and Mind”. *Journal of Philosophy* 95: 354– 376.

Compton, A. 1935. *The Freedom of Man*. New Haven: Yale University Press.

Devaney, R. 1989. “Dynamics of Simple Maps”. *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics* 39: 1-24.

Diesmann M., M-O. Gewaltig y A. Aertsen. 1999. “Stable Propagation of Synchronous Spiking in Cortical Neural Networks”. *Nature* 402: 529–533.

Duhem, P. 1982. *The Aim and Structure of Physical Theory*. Princeton: Princeton University Press.

Dupré, J. 1993. *The Disorder of Things: Metaphysical Foundations of the Disunity of Science*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Eccles, J. 1970. *Facing Reality*. New York: Springer.

Engel, A., P. Roelfsema, P. König y W. Singer. 1997. “Neurophysiological Relevance of Time”. En *Time, Temporality, Now: Experiencing Time and Concepts of Time in an Interdisciplinary Perspective*, editado por H. Atmanspacher y E. Ruhnau, 133-157. Berlin: Springer.

Ford, J. y G. Mantica. 1992. “Does Quantum Mechanics Obey the Correspondence Principle? Is It Complete?” *American Journal of Physics* 60: 1086–1097.

Fox, R. F. 1990. “Chaos, Molecular Fluctuations, and the Correspondence Limit”. *Physical Review A*, 41: 2969–2976.

Freeman, W. J. 1991. “Nonlinear Dynamics in Olfactory Information Processing”. En *Olfaction*, editado por J. Davis y H. Eichenbaum. Cambridge, MA: MIT Press.

Freeman, W. J. 2000. *How Brains Make Up Their Minds*. New York: Columbia University Press.

Freeman, W. J. y C. A. Skarda. 1987. “How Brains Make Chaos in Order to Make Sense of the World”. *Behavioral and Brain Sciences* 10: 161–195.

van Gelder, T. 1995. “What Might Cognition Be if not Computation?” *Journal of Philosophy* 92: 345–381.

Gutzwiller, M. C. 1992. “Quantum Chaos”. *Scientific American* 266 (January): 78–84.

Hadamard, J. [1922] 1952. *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*. New York: Dover.

Hilborn, R. C. 1994. *Chaos and Nonlinear Dynamics: An Introduction for Scientists and Engineers*, Oxford: Oxford University Press.

Hobbs, J. 1991. “Chaos and Indeterminism”. *Canadian Journal of Philosophy* 21: 141–164.

Hunt, B. R. y J. A. Yorke. 1993. “Maxwell on Chaos”. *Nonlinear Science Today* 3(1): 1–4.

Jensen, R. V. .1987. “Classical Chaos”. *American Scientist* 75 (March-April): 168–181.

Jensen, R. V. 1992. “Quantum Chaos”. *Nature* 355: 311–318.

Jones, R. 1990. “Determinism in Deterministic Chaos”. En *PSA* 1990, editado por A. Fine, M Forbes y L. Wessels, Volume 2, 537–549. East Lansing: Philosophy of Science Association.

Juarrero, A. 1999. *Dynamics in Action: Intentional Behavior as a Complex System*. Cambridge, MA: MIT Press.

Judd, K. y L. Smith. 2001. “Indistinguishable States I: Perfect Model Scenario”. *Physica D* 151: 125–141.

Judd, K. y L. Smith. 2004. “Indistinguishable States II: Imperfect Model Scenarios”. *Physica D* 196: 224–242.

Kane, R. 1996. *The Significance of Free Will*. Oxford: Oxford University Press.

Kaneko, K. y I. Tsuda. 2000. *Complex Systems: Chaos and Beyond*. Berlin: Springer.

Kaneko, K., I. Tsuda y T. Ikegami (eds.). 1994. “Constructive Complexity and Artificial Reality: Proceedings of the Oji International Seminar on Complex Systems—from Complex Dynamical Systems to Sciences of Artificial Reality”. *Physica D* 75: 1–448.

Kellert, S. 1993. *In the Wake of Chaos*. Chicago University Press.

King, C. C. 1995. “Fractal Neurodynamics and Quantum Chaos: Resolving the Mind-Brain Paradox Through Novel Biophysics”. En *Fractals of Brain, Fractals of Mind*, editado por MacCormack, E. y M. I. Stamenov. Amsterdam and Philadelphia: John Benjamins.

Koperski, J. 1998. “Models, Confirmation and Chaos”. *Philosophy of Science* 65: 624–648.

Koperski, J. 2001. “Has Chaos Been Explained?” *British Journal for the Philosophy of Science* 52: 683–700.

Kuhn, T. 1996. *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: University of Chicago Press, 3rd edition.

Laymon, R. 1989. “Cartwright and the Lying Laws of Physics”. *Journal of Philosophy* 86: 353–372.

Lehnertz, K., C. Elger, J. Arnhold y P. Grassberger (eds.). 2000. *Chaos in Brain?*: Proceedings of the Workshop. Singapore: World Scientific.

Lorenz, E. N. 1963. “Deterministic Nonperiodic Flow”. *Journal of Atmospheric Science* 20: 131–40.

Lorenz, E. N. 1965. “A Study of the Predictability of a 28-Variable Atmospheric Model”. *Tellus*, 17: 321–33.

Mar, G. y G. Patrick. 1991. “Pattern and Chaos: New Images in the Semantics of Paradox”. *Noûs* 25: 659–693.

Maxwell, J. C. [1876] 1992.*Matter and Motion*, New York: Dover.

May, R. M. 1976. “Simple Mathematical Models with very Complicated Dynamics”. *Nature* 261: 459–467.

Oseledec, V. I. 1969. “A multiplicative ergodic theorem. Lyapunov characteristic numbers for dynamical systems”. *Transactions of the Moscow Mathematical Society* 19: 197–232.

Ott, E. 2002. *Chaos in Dynamical Systems*, Cambridge: Cambridge University Press, 2ª edición.

Packard, N. H., J. P. Crutchfield, J. D. Farmer y R. S. Shaw. 1980. “Geometry from a Time Series”. *Physical Review Letters* 45: 712–716.

Penrose, R. 1991. *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics*. New York: Penguin Books.

Penrose, R. 1994. *Shadows of the Mind*. Oxford: Oxford University Press.

Penrose, R. 1997. *The Large, the Small and the Human Mind*. Cambridge: Cambridge University Press.

Poincaré, H. 1913. *The Foundations of Science: Science and Method*. Lancaster: The Science Press.

Polkinghorne, J. 1988. *Science & Creation: The Search for Understanding*. London: Society forPromoting Christian Knowledge.

Polkinghorne, J. 1989. *Science and Providence: God's Interaction with the World*. Boston: Shambhala Publications.

Polkinghorne, J. 1991. *Reason and Reality: The Relationship between Science and Theology*, Valley Forge, PA: Trinity Press.

Port, R. y T. van Gelder (eds.). 1995. *Mind as Motion*. Cambridge, MA: MIT Press.

Redhead, M. G. L. 1980. “Models in Physics”. *British Journal for the Philosophy of Science*, 31: 145–163.

Robinson, C. 1995. *Dynamical Systems: Stability, Symbol Dynamics and Chaos*. London: CRC Press.

Rueger, A. y D. Sharp. (1996). “Simple Theories of a Messy World: Truth and Explanatory Power in Nonlinear Dynamics”, *British Journal for the Philosophy of Science*, 47: 93–112.

Ruhla, C. 1992. “Poincaré, or Deterministic Chaos (Sensitivity to Initial Conditions)”. En *The Physics of Chance: From Blaise Pascal to Niels Bohr*, editado por C. Ruhla, traducido del francés al ingés por G. Barton. Oxford: Oxford University Press.

St. Denis, P. y G. Patrick. 1997. “Fractal Images of Formal Systems”. *Journal of Philosophical Logic* 26: 181–222.

Scott Kelso, J. A. 1995. *Dynamical Patterns: The Self-Organization of Brain and Behavior*, Cambridge, MA: MIT Press.

Shaw, R. S. 1981. “Modeling Chaotic Systems”, En *Chaos and Order in Nature*, 218–231. New York: Springer.

Shenker, O. 1994. “Fractal Geometry Is not the Geometry of Nature”, *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics*, 25: 147–82.

Sklar, L. 1995. *Physics and Chance: Philosophical Issues in the Foundations of Statistical Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Smart, J. 1963, *Philosophy and Scientific Realism*. New York: The Humanities Press.

Smith, L. A. 1992. “Identification and Prediction of Low Dimensional Dynamics”, *Physica D*, 58: 50–76.

Smith, L. A. 2000. “Disentangling Uncertainty and Error: On the Predictability of Nonlinear Systems”. En *Nonlinear Dynamics and Statistics*, editado por A. Mees, 31-64. Boston: Birkhauser.

Smith, L. A. 2003. “Predictability Past Predictability Present”. En *Seminar on Predictability of Weather and Climate* pp. 219–242]C. Reading, UK: ECMWF Proceedings.

Smith, L. A. 2007. *Chaos: A Very Short Introduction*. Oxford: Oxford University Press.

Smith, L. A., C. Ziehmann, C. y Fraedrich, K. 1999. “Uncertainty Dynamics and Predictability in Chaotic Systems”. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 125: 2855–86.

Smith, P. 1998. *Explaining Chaos*. Cambridge: Cambridge University Press.

Stapp, H. 1993. *Mind, Matter, and Quantum Mechanics*. Berlin: Springer.

Stone, M. A. 1989. “Chaos, Prediction and Laplacian Determinism”. *American Philosophical Quarterly* 26: 123–31.

Takens, F. 1981. “Detecting Strange Attractors in Turbulence”. En *Lecture Notes in Mathematics*, editado por D. Rand Y L.-S. Young, Vol. 898, 366-381. Berlin: Springer.

Thompson, P. D. 1957. “Uncertainty of Initial State as a Factor in the Predictability of Large Scale Atmospheric Flow Patterns”. *Tellus* 9: 275–295.

Tsuda, I. 2001. “Towards an Interpretation of Dynamic Neural Activity in Terms of Chaotic Dynamical Systems”. *Behavioral and Brain Sciences* 24: 793–847.

Vandervert, L. (ed.). 1997. *Understanding Tomorrow's Mind: Advances in Chaos Theory, Quantum Theory, and Consciousness in Psychology*, New York: *Journal of Mind and Behavior*, Volume 18, Numbers 2-3.

Worrall, J. 1994. “How to Remain (Reasonably) Optimistic: Scientific Realism and the ‘Luminiferous Ether’”. En *PSA* 1994, editado por D. Hull y M Forbes, Vol. 1, 334-344. East Lansing: Philosophy of Science Association.

Wimsatt, W. C. 1987. “False Models as Means to Truer Theories”. En *Neutral Models in Biology*, editado por M. Nitecki y A. Hoffmann, 3-55. New York: Oxford University Press.

Zheng, Z., B. Misra y H. Atmanspacher. 2003. “Observer- Dependence of Chaos Under Lorentz and Rindler Transformations”. *International Journal of Theoretical Physics* 42: 869–878.

Ziehmann, C., L. A. Smith y J. Kurths. 2000. “Localized Lyapunov Exponents and the Prediction of Predictability”. *Physics Letters A* 271: 237–51.

10 Apéndice: exponentes globales de Lyapunov ↑

Una forma de explicar los exponentes globales de Lyapunov es observar cómo éstos surgen del análisis de estabilidad de las ecuaciones de evolución. Considérese el sistema ordinario de ecuaciones diferenciales de primer orden d$\boldsymbol{x}$/dt = $\boldsymbol{Fx}$, suponiendo que $\boldsymbol{x}$* es un punto estable, i.e. un punto para el que $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^*) = 0$. Podemos estudiar el comportamiento de trayectorias cercanas a $\boldsymbol{x}$* si consideramos que $\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}^* + \varepsilon(t)$, donde $\varepsilon(t)$ es una perturbación infinitesimal de cada componente de $\boldsymbol{x}$. Sustituyendo nuevamente en $\boldsymbol{F}$ y expandiendo a primer orden en $\varepsilon(t)$ (considerando solo las perturbaciones para $t = 0$ y olvidando la dependencia explicita de ε sobre t) se obtiene

(A1) $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^* + \varepsilon) = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^*) + \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^*)\varepsilon + O(\varepsilon)$,

donde la matriz $J(x)$ es la matriz jacobiana de $n \times n$ de las derivadas parciales de F evaluadas en el punto x. Obtenemos una ecuación para la dependencia del tiempo de la perturbación sobre x, a saber

(A2) $d\varepsilon/dt = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}^*)\varepsilon + O(\varepsilon 2)$.

Un análisis lineal de la estabilidad es lo resulta si despreciamos los términos de ε^2 o potencias mayores en (A2). Si ε es un vector valuado en los reales y ***J*** una matriz valuada en los reales (i.e. sin una componente en los complejos), y si asumimos una solución de la forma $\varepsilon = \lambda e^{st}$, (A2) se reduce a la ecuación de valores propios

(A3) $\boldsymbol{J}\lambda = s\lambda$.

El análisis lineal de la estabilidad puede ser usado para caracterizar los exponentes de Lyapunov para los sistemas de ecuaciones no lineales. Considérese la condición inicial $\boldsymbol{x}(0)$ para nuestro sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden con un desplazamiento infinitesimal desde $\boldsymbol{x}(0)$en dirección de algún vector tangente $\boldsymbol{y}(0)$.

Por consiguiente la evolución de ***y*** respecto a (A2) es dada por

(A4) $d\boldsymbol{y}/dt = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{y}$,

que es valida únicamente dentro de una vecindad infinitesimal alrededor de $\boldsymbol{x}(0)$. Así que el valor del vector ***y*** cambia respecto de los valores ***J*** tomados sobre el tiempo. Aquí $\boldsymbol{y}/|\boldsymbol{y}|$ da la dirección de los desplazamientos infinitesimales desde ***x***, donde las barras indican el valor absoluto. Adicionalmente, $|\boldsymbol{y}|/|\boldsymbol{y}(0)|$ da el factor por el cual los desplazamientos infinitesimales crecen ($|\boldsymbol{y}|>|\boldsymbol{y}(0)|$) o disminuyen ($|\boldsymbol{y}|<|\boldsymbol{y}(0)|$). Ahora podemos definir el exponente de Lyapunov con respecto a las condiciones iniciales $\boldsymbol{x}(0)$ y la orientación inicial del desplazamiento infinitesimal $\boldsymbol{y}(0)/|\boldsymbol{y}(0)|$ como

(A5) $\lambda(\boldsymbol{x}(\mathbf{0})), y/|y(0)|) = \lim_{t\to\infty} t^{-1} \ln(|d\boldsymbol{y}/dt| / |y(0)|) = \lim_{t\to\infty} t^{-1} \ln(|\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{y}|/ |\boldsymbol{y}(\mathbf{0})|)$.

Para un sistema de n dimensiones, existirán, como máximo, n exponentes de Lyapunov diferentes para un $\boldsymbol{x}(0)$ determinado, y el exponente adecuado es elegido mediante la orientación inicial $\boldsymbol{y}(0)/\boldsymbol{y}(0)$. El límite de tiempo infinito juega un papel importante en este análisis ya que indica que los exponentes de Lyapunov representan cantidades promediadas en el tiempo (lo que significa que el comportamiento transitorio ha decaído). La existencia de este límite es garantizada por el teorema ergódico multiplicativo de Oseledec's (1969), que se sostiene para condiciones suaves. Además, ***J*** es una constante física en el espacio para este límite (de otra manera su valor varía en el espacio), y los exponentes de Lyapunov obtenidos de (A5) son entonces los mismos para casi todo valor de $\boldsymbol{x}(0)$. De ahí que a menudo se saque la dependencia a las condiciones inicial en (A5). Estos exponentes son generalmente llamados exponentes globales de Lyapunov.

11 Cómo Citar ↑

Bishop, Robert. 2016. "Caos". En Diccionario Interdisciplinar Austral, editado por Claudia E. Vanney, Ignacio Silva y Juan F. Franck. URL=http://dia.austral.edu.ar/Caos

12 Derechos de autor ↑

El DIA agradece a SEP la autorización para efectuar y publicar la presente traducción.

ISSN: 2524-941X