Historias en mecánica cuántica

Leonardo Vanni
Modo de citar:
Vanni, Leonardo. 2016. "Historias en mecánica cuántica". En Diccionario Interdisciplinar Austral, editado por Claudia E. Vanney, Ignacio Silva y Juan F. Franck. URL=http://dia.austral.edu.ar/Historias_en_mecánica_cuántica

La premisa básica del formalismo de historias cuánticas consiste en abandonar la descripción de los sistemas cuánticos en términos de la evolución del estado, regida por la ecuación de Schrödinger. Las evoluciones pasan a ser descriptas en términos de historias, las cuales son entendidas como secuencias estocásticas de propiedades a distintos tiempos. El logro del formalismo es que permite lidiar con las dificultades conceptuales que resultan de la estructura lógica de las propiedades cuánticas, que no respeta la estructura lógica clásica, y a la vez permite desprenderse de la peculiar relación que la interpretación ortodoxa establece entre la evolución del estado cuántico y la asignación de propiedades al sistema en consideración. Si bien el formalismo de historias no puede predecir qué historia se actualizará en el decurso de los eventos, puede determinar condiciones específicas que establecen el conjunto de historias posibles para las propiedades y tiempos considerados. Este conjunto es una suerte de “mapa" de las posibles evoluciones que puede desarrollar el sistema. Dichas evoluciones serán aquéllas que, con una fórmula de la probabilidad previamente definida, cumplan los axiomas de la probabilidad clásica. En términos lógicos, el conjunto de todas las historias posibles determina el universo de discurso del sistema, siendo cada historia considerada como una “proposición elemental de evolución”, es decir, la entidad mínima por medio de la cual es posible describir la dinámica del sistema.

En la presente entrada, en primer lugar presentaremos las bases mínimas necesarias para comprender los aspectos fundamentales de la estructura lógica de las propiedades cuánticas, y luego desarrollaremos dos versiones del formalismo de historias cuánticas: el de Historias Consistentes y el de Historias Contextuales.

1 Estructura de propiedades cuánticas ↑

La utilidad de cualquier teoría física consiste en su capacidad de describir las propiedades de los sistemas que estudia, operando con ellas en algún tipo de estructura lógica. Sólo así se podrá entender, explicar y predecir el comportamiento de esos sistemas. Para lograr esto, la teoría debe ser capaz de incorporar elementos formales capaces de representar dichas propiedades en un marco teórico específico.

Cuando hablamos de propiedades de un sistema, aquí nos estamos refiriendo a *propiedades de valor* que toman sus magnitudes. Por ejemplo, una magnitud fundamental de cualquier sistema físico es su energía E. Asignar una determinada “propiedad de valor” a la magnitud energía es asignar o establecer un valor, o rango de valores a su energía. Así, $p_5 =$“energía igual a 5 ergios”, $p_{[5,7]} =$“energía entre 5 y 7 ergios”, son ejemplos de propiedades de valor un sistema físico.

La mecánica clásica y la mecánica cuántica poseen diferentes elementos formales, sujetos a diferentes estructuras algebraicas, para representar sus propiedades. Estas diferencias son la base sobre la cual radica gran parte de las dificultades conceptuales encontradas a la hora de compatibilizar ambas teorías. En la física clásica, las propiedades de valor de un sistema pueden representarse por subconjuntos o regiones en el llamado espacio de fases del sistema (Hughes 1989, 58). El estado, por otro lado, se representa con un punto en ese espacio. Una propiedad se verifica en el sistema si el estado, como punto, pertenece a la región que representa la propiedad. Esto determina una particular estructura de propiedades en términos de operaciones entre conjuntos.

En términos lógicos, cada propiedad, o más exactamente, cada clase de propiedades lógicamente equivalentes, se puede identificar con una proposición, la proposición que adjudica la propiedad al sistema (Hughes 1989, 182). Con esta identificación, podemos transformar la estructura de propiedades en una estructura lógica. En el caso clásico esto se logra definiendo los conectivos lógicos de conjunción $\wedge$, disyunción $\vee$, y negación $\neg$ en términos de operaciones de intersección, unión y complemento entre conjuntos respectivamente (Hughes 1989, 181-182; Omnès 1999, 101; Vanni 2010, 36). La estructura lógica de propiedades así establecida responde a un algebra booleana, la cual es en esencia el álgebra que establece las operaciones entre conjuntos (Hughes 1989, 178-184; Bub 1997, 15-22; Boole 2009). En este tipo de estructura es posible además establecer una relación de implicación, de suma importancia para los razonamientos lógicos, que es compatible con la relación de inclusión entre conjuntos y permite una asignación de verdad consistente sobre la estructura lógica (Hughes 1989, 202; Omnès 1992, 347; Omnès 1994, 184-185; Bub 1997, 15-20). Sin embargo, esto último y muchas de las características booleanas de la estructura lógica clásica dejan de ser válidas en la mecánica cuántica. Para comprender este punto, es necesario explicar cómo se describen cuánticamente las magnitudes físicas y sus propiedades de valor.

En la mecánica cuántica, las magnitudes físicas se representan mediante operadores hermíticos que actúan sobre vectores en el llamado *espacio de Hilbert* H del sistema (Hughes 1989, 63-65; Ballentine 1990, 2-8; Sakurai 1994, 14-16). Aclaramos aquí que, aunque la magnitud no es el objeto que la representa en la teoría, en este caso un operador, en lo que sigue la identificaremos con el operador. Así diremos "magnitud A" y escribiremos el operador correspondiente.

Cada espacio de Hilbert H tiene *subespacios*, que son subconjuntos de H que contienen el vector nulo, y además son cerrados ante sumas y multiplicaciones por un escalar (Hughes 1989, 35). Podemos decir que, en mecánica cuántica, las magnitudes físicas toman valores sobre ciertos subespacios en el espacio de Hilbert del sistema. Esto se puede ver al considerar que, debido a la llamada descomposición espectral (Hughes 1989, 50; Ballentine 1990, 10-11), cualquier operador A hermítico en un espacio de Hilbert de dimensión igual a d (suponiendo por simplicidad el caso discreto) se puede escribir de la forma

$$A = \sum_{i}^{d} a_i \Pi_i \tag{1.1}$$

donde, en la llamada notación de Dirac, los $\Pi_i = |a_i\rangle\langle a_i|$ son operadores *proyectores* sobre el subespacio S_i de dimensión uno (rectas) generado por el vector $|a_i\rangle$ (Hughes 1989, 64). El conjunto de los $\{|a_i\rangle\}$ forman una base ortonormal del espacio de Hilbert (Ballentine 1990, 9: Sakurai 1994 18-19), y cada vector $|a_i\rangle$ es llamado *autovector* de A. Por otro lado, el conjunto $\{a_i\}$ es un conjunto de números reales (parametrizados discretamente por el índice $i \in [l, d]$) llamado *espectro* de A, y cada valor a_i es llamado *autovalor* de A (Hughes 1989, 42-43; Ballentine 1990, 8; Sakurai 1994, 17-19). A veces también se menciona a los $\Pi_i = |a_i\rangle\langle a_i|$ como *autoproyectores* de A. Como el conjunto de los $\{|a_i\rangle\}$ son ortonormales, los autoproyectores Π_i correspondientes resultan ser ortogonales: esto significa que $\Pi_i \Pi_{i'} = \delta_{ii'} \Pi_i$, donde el símbolo $\delta_{ii'}$ es igual a 1 si $i = i'$, y es 0 en caso contrario.

Haciendo uso de la expresión de A (1.1), es muy fácil ver que $A|a_i\rangle = a_i|a_i\rangle$ (Sakurai 1994, 17). Así decimos que la magnitud A toma valor a_i sobre el subespacio S_i generado por $|a_i\rangle$ porque al aplicar A sobre $|a_i\rangle$, nos devuelve simplemente el valor a_i multiplicado por $|a_i\rangle$. Así, los distintos valores $\{a_i\}$ que participan en la descomposición espectral son los posibles valores que puede tomar la magnitud A, los cuales pueden ser corroborados en una medición de dicha magnitud (Hughes 1989, 64). Lo central aquí es que cada posible valor de A queda naturalmente asociado al subespacio S_i y, por lo tanto, al proyector $\Pi_i = |a_i\rangle\langle a_i|$ que proyecta sobre S_i. Debido a esta asociación, las propiedades que asignan un valor, o rango de valores, a la magnitud A pueden ser representadas por el proyector asociado a ese valor, o rango de valores. Por ejemplo, la propiedad $p_5 =$ „A con valor igual a 5" se podrá representar por el proyector $\Pi_5 = |5\rangle\langle 5|$. En cambio, la propiedad $p_{[5,7]} =$ „A con valor mayor o igual a 5 y menor o igual que 7", se representará por el proyector $\Pi_{[5,7]} = |5\rangle\,\langle 5| + |6\rangle\,\langle 6| + |7\rangle\,\langle 7|$. Como hemos dicho, cada proyector se corresponde con un subespacio en el espacio de Hilbert, por lo que también podemos representar cada propiedad como un subespacio. Esto es de hecho lo que en general se hace en la bibliografía. Aquí, sin embargo, orientados a lo que el formalismo de historias cuánticas necesita, buscaremos tratar las propiedades principalmente en términos de proyectores.

Entre las distintas propiedades que pueden predicarse, existen dos muy particulares: la *propiedad universal*, también llamada identidad I, que siempre podrá asignarse al sistema; y la *propiedad nula*, también llamada cero 0, que nunca podrá asignarse al sistema. Identificaremos la propiedad universal I con el *proyector identidad* en el espacio de Hilbert del sistema, que es el operador que, aplicado a cualquier vector, lo deja idéntico. Es muy útil representar este operador por la suma de todos los posibles autoproyectores asociados a una magnitud dada, es decir $\mathrm{I} = \sum_i |a_i\rangle\,\langle a_i|$ (Ballentine 1990, 10; Sakurai 1994, 19). Sin embargo esa representación no es única; volveremos a esta cuestión más abajo, con la importante noción de espacio muestral. Por otro lado, la propiedad nula se podrá representar por el *proyector nulo* del espacio de Hilbert del sistema, es decir por el 0 visto como operador, que transforma cualquier vector en el vector nulo (Hughes 1989, 15).

Dentro del espacio de Hilbert se pueden definir tres operaciones básicas entre subespacios, que dan como resultado otro subespacio: la intersección, la suma, y el complemento ortogonal de subespacios (Hughes 1989, 190-191; Vanni y Laura 2008; Vanni 2010). Con el conjunto de todos los subespacios del espacio de Hilbert y estas operaciones, queda definida una estructura de propiedades cuánticas, la cual en este caso no resulta booleana (Mittelstaedt 1978, 27; Hughes 1989, 201-206; Bub 1997, 22-30; Vanni 2010).

Como en el caso clásico, es posible identificar clases de propiedades lógicamente equivalentes con proposiciones, y así derivar de la estructura de propiedades una estructura lógica, donde los conectivos conjunción $\wedge$, disyunción $\vee$, y negación $\neg$ se corresponden ahora con las operaciones de intersección, suma, y complemento ortogonal, respectivamente. El álgebra de la estructura lógica cuántica resulta no ser booleana. Adicionalmente, no es posible representar una relación de inferencia lógica asociada a la inclusión de subespacios, como uno esperaría de su análogo clásico: debido a la pérdida de características booleanas, en el caso cuántico no es posible definir una implicación compatible con una asignación de verdad consistente (Hughes 1989, 206; Omnès 1994, 185). Bajo esta limitación, muchas veces las inferencias en mecánica cuántica son elaboradas en función de probabilidades extremas 0 o 1 (Omnès 1994, 157, Omnès 1998, 142).

Como estamos interesados en representar a las propiedades en términos de proyectores y no en términos de sus correspondientes subespacios, debemos encontrar qué operaciones entre proyectores corresponden a las operaciones lógicas mencionadas. Antes de proseguir, sin embargo, es necesaria una aclaración respecto de las operaciones posibles entre propiedades incompatibles. En mecánica cuántica, dos magnitudes A y B se dicen incompatibles si sus correspondientes operadores no conmutan, esto es, si su conmutador no es nulo (Sakurai 1994, 29). El conmutador entre A y B se define como $[A,B] = AB - BA$. Si dos magnitudes son incompatibles, cumplen una relación de incerteza y, por consiguiente no es posible predicar sus propiedades de valor de modo simultáneo, es decir, como conjunciones (Ballentine 1990, 183; Sakurai 1994, 35). La postura tradicional consiste en sostener que las conjunciones tienen sentido sólo si corresponden a magnitudes compatibles. Esta es la postura adoptada en el formalismo de historias, sosteniendo además que no sólo las conjunciones, sino también las disyunciones tienen sentido sólo si corresponden a magnitudes compatibles. (Griffiths 1998, 1609; Griffiths y Omnès 1999, 28; Griffiths 2003, 1426). Otra postura sin embargo es la de la llamada lógica cuántica (Birkhoff y von Neumann 1936), que considera todas las operaciones bien definidas aun cuando las magnitudes asociadas sean incompatibles. En este caso, la expresión para estas operaciones en términos de proyectores, en particular para la intersección y la suma de subespacios, no es trivial (Mittelstaedt 1978, 20-21; Vanni 2010, 45).

Sin embargo, cuando se trata de la conjunción, disyunción, y negación de propiedades de valor de magnitudes compatibles, entonces las operaciones entre los correspondientes proyectores pueden definirse fácilmente. El operador de la conjunción es simplemente el producto de los operadores, es decir:

$$\Pi_{i\wedge j} = \Pi_i \Pi_j \tag{1.2}$$

El operador de la disyunción, por otro lado, es la suma de los operadores menos el de la intercesión:

$$\Pi_{i\vee j} = \Pi_i + \Pi_j - \Pi_i \Pi_j \tag{1.3}$$

Y finalmente, el de la negación es:

$$\Pi_{\neg i} = \mathrm{I} - \Pi_i \tag{1.4}$$

Si Π_i y Π_j son además ortogonales, se tiene $\Pi_{i\vee j} = \Pi_i + \Pi_j$, expresión ésta que justifica por qué la propiedad $p_{[5,7]} =$ mencionada más arriba tiene el proyector indicado (Vanni 2010).

Dos nociones muy importantes en el formalismo de historias cuánticas son la noción de *espacio muestral* (Griffiths 1996, 2760; 1998, 1605) y, asociada a la anterior, la noción de *contexto* (Vanni, 2010, 48; Laura y Vanni 2010). Diremos que un particular *espacio muestral* asociado a una magnitud A es el conjunto de propiedades que queda determinado por una partición completa en subconjuntos disjuntos de su espectro. En forma más clara, si A es una magnitud representada por un operador en un espacio de Hilbert de dimensión d y su espectro viene dado por $\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_d\}$, entonces una partición con el requerimiento mencionado será por ejemplo $\Delta_1 = \{a_1, a_2\}$, $\Delta_2 = \{a_3\}$, $\Delta_3 = \{a_4, a_5, a_6\}$, $\Delta_4 = \{a_7, \cdots, a_d\}$. De esta manera, el espacio muestral asociado a la magnitud A, con esa partición, quedará determinado por el conjunto de propiedades representadas por los proyectores de la forma $\Pi_K = \sum_{a_i \in \Delta_K} |a_i\rangle\langle a_i|$. La partición es disjunta porque cada Δ_K tiene intersección nula con los restantes, y es completa porque la unión de todos los Δ_K constituyen el espectro completo de A. Esto resulta en el hecho de que los Π_K representen propiedades de valor, o rango de valores de A, que son excluyentes y exhaustivas; por consiguiente, dichos Π_K serán ortogonales, $\Pi_K \Pi_{K'} = \delta_{KK'} \Pi_K$, y además sumarán la identidad del espacio de Hilbert del sistema $\sum_K \Pi_K = \mathrm{I}$. Se dice que los Π_K que cumplen estas dos últimas propiedades forman una *descomposición proyectiva* de la identidad asociada a la magnitud A. Hacemos notar que los Π_K no son necesariamente autoproyectores de, porque no necesariamente representan propiedades de valor único. Son suma de subconjuntos disjuntos de autoproyectores de A. Sólo en el caso particular de tener la partición más refinada posible del espectro de A, dada por $\Delta_K = \{a_k\}$, tendremos que $\Pi_K = \sum_{a_i \in \Delta_K} |a_i\rangle\langle a_i| = |a_k\rangle\langle a_k|$. En ese caso, los Π_K son iguales a los autoproyectores de A, y así $\sum_K \Pi_K = I$ es la descomposición habitual de la identidad en términos de los autoproyectores de A. Otra cosa que es importante subrayar es que los proyectores que determinan una descomposición proyectiva conmutan entre sí; por lo tanto, representan propiedades cuánticas compatibles.

Un *contexto*, por otro lado, es el conjunto de todas las propiedades formadas a partir de las disyunciones del espacio muestral, es decir a partir de las disyunciones de los elementos Π_K que forman una descomposición proyectiva de la identidad. Al ser los Π_K ortogonales, las disyunciones que se generan a partir de éstos se reducen a simples sumas sobre los Π_K; por lo tanto, cualquier propiedad del contexto se podrá representar como $\Pi_\Delta = \sum_K \nu_K \Pi_K$, con ν_K igual o bien a 0, o bien a 1. Como vemos un contexto es generado completamente por un espacio muestral, y las propiedades asociadas a los Π_K en el espacio muestral que generan dicho contexto, son llamadas *elementos mínimos del contexto*. De este modo, un contexto es el conjunto de todas las propiedades que se pueden predicar respecto de la magnitud A y, por supuesto, de cualquier otra magnitud que conmuta con A, ya que en ese caso tendrán un conjunto común de autoproyectores (Sakurai 1994, 29) y, por consiguiente podrán compartir un contexto común. Para cada magnitud A, existirá un contexto que determina el universo de discurso de sus propiedades, las cuales son representadas por operadores que conmutan. Dos magnitudes incompatibles, es decir, cuyos operadores no conmutan, no podrán pertenecer a un contexto común.

Es importante notar que, dentro de cada contexto, el conjunto de sus propiedades con las operaciones lógicas definidas arriba, forman una subestructura booleana (Vanni 2010, 48-49). Esto se debe esencialmente al hecho de que, en cada contexto, los proyectores que representan las propiedades dentro de él conmutan entre sí. Las características cuánticas asociadas a la pérdida de booleaneidad aparecen al combinar propiedades de distintos contextos. Esto puede verse en la representación dada por la Figura 1.

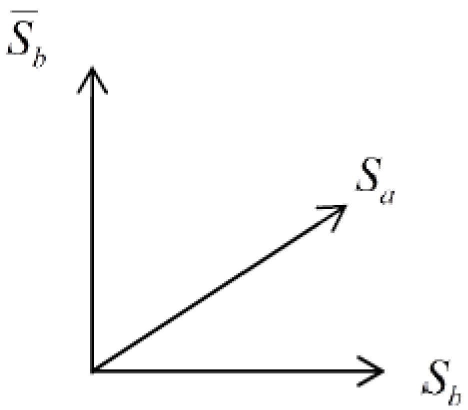

Figura 1

Tenemos las propiedades p_b y su negación $\neg p_b$ correspondientes respectivamente a los subespacios S_b y $\bar{S}_b$, en la figura representados por los ejes cartesianos en un espacio de dimensión igual a 2. Consideremos que una propiedad p_a, representada por el subespacio S_a, se asigna al sistema. Como vemos, el subespacio S_a no está incluido en S_b, pero llamativamente, tampoco en su complemento $\bar{S}_b$.

En términos de propiedades tenemos que dado p_a, resulta $p_a \wedge p_b = 0$, ya que las rectas asociadas a S_a y S_b tienen al cero como intersección; pero por la misma razón, se tiene también que $p_a \wedge \neg p_b = 0$. Esto es una característica que no tiene precedente clásico cuando pensamos a las propiedades en términos de conjuntos. Si un conjunto tiene intersección nula con otro, no puede tener también intersección nula con su complemento.

Cuánticamente esta idea lógica elemental, propia de una estructura booleana, no se cumple.

Estas características cuánticas se han puesto de manifiesto en el ejemplo porque se ha predicado sobre propiedades pertenecientes a distintos contextos. Aquí $\{p_a, \neg p_a\}$ es el espacio muestral que determina un contexto, donde valen las características booleanas, y $\{p_b, \neg p_b\}$ es el espacio muestral que determina otro contexto, donde también valen las características booleanas. Las características booleanas se pierden, sin embargo, cuando se intenta incorporar los dos contextos en otro que los contenga. Volveremos a encontrarnos con esta peculiaridad luego de definir una noción generalizada de contexto de historias.

Hasta ahora hemos hablado de propiedades, pero además de ellas es necesario encontrar una representación de la noción de estado, por medio de la cual se asignan dichas propiedades al sistema. Pues bien, la forma más básica de representar el estado de un sistema cuántico es por medio de un vector de norma igual a uno en el espacio del Hilbert, que denotaremos con $|\Psi\rangle$ y llamamos *vector de estado* (Hughes 1989, 63; Sakurai 1994, 11). Una propiedad de valor correspondiente a una magnitud física, con certeza podrá asignarse a un sistema, si el vector de estado del sistema pertenece al subespacio asociado a la propiedad, y con certeza no podrá ser asignada si pertenece al complemento ortogonal de dicho subespacio. Como vemos, esto tiene una reminiscencia de la situación clásica en términos de pertenencia del estado clásico a una cierta región o a su complemento en el espacio de fase. Sin embargo, las diferencias son muchas, el estado puede no pertenecer ni al subespacio asociado a la propiedad, ni al complemento ortogonal de dicho subespacio; en este caso no puede afirmarse con certeza ni que la propiedad se asigna al sistema ni que la propiedad no se asigna.

En el formalismo de operadores de estado, el vector de estado $|\Psi\rangle$ también puede ser representado por el correspondiente operador de estado $\rho_\Psi = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ que, como vemos, también es un proyector, y por lo tanto también representativo de una propiedad (Ballentine 1990, 37). Estados de este tipo, representados por un proyector, son llamados estados puros porque asignan certezas pero, a diferencia del caso clásico, no asignan certezas a todas las propiedades (Hughes 1989, 92); asignan certeza sólo un conjunto determinado de propiedades: el conjunto de propiedades representadas por el mismo proyector de estado ρ_Ψ, con el agregado de todas aquéllas representadas por proyectores ortogonales a ρ_Ψ.

En el caso más general, el estado de un sistema cuántico es representado por una mezcla de estados puros dada por $\rho = \sum_i \rho_i |\Psi_i\rangle\langle\Psi_i|$, donde los ρ_i son reales positivos y suman uno (Ballentine 1990, 37; Sakurai 1994, 174-177). En este caso, el estado no puede asignar certeza a ninguna propiedad, sino sólo asigna probabilidades. La asignación de probabilidades está dada por la llamada *regla de Born* y vale para estados puros o no (Hughes 1989, 147; Ballentine 1990, 42). Si ρ es el operador de estado, y Π_a es el proyector asociado a una propiedad de valor p_a, entonces dicha propiedad puede ser asignada al sistema con una probabilidad dada por

$$\mathcal{P}(p_a) = Tr[\rho \Pi_a] \tag{1.5}$$

donde el símbolo Tr significa la *traza* del producto $\rho\Pi_a$ (Hughes 1989, 136-137; Ballentine 1990, 7; Sakurai 1994, 38).

La ecuación fundamental que rige la evolución temporal de un estado cuántico es la llamada *ecuación de Schrödinger* (Hughes 1989, 77-78; Ballentine 1990, 68; Sakurai 1994, 71-72). La información dinámica de esta evolución es a menudo representada en términos de la aplicación sobre el vector de estado del llamado *operador de evolución*, el cual, por su puesto, queda determinado por la ecuación Schrödinger. Llamaremos $U(t, t_0)$ al operador de evolución del tiempo t_0 al tiempo t. Este operador cumple $U(t,t) = \mathrm{I}$, $U(t,t_0)^\dagger = U(t,t_0)^{-1} = U(t_0,t)$, donde el símbolo

$\dagger$ significa *hermítico conjugado* (Sakurai 1994, 15). El operador $U(t,t_0)$ es tal que, aplicado a un vector de estado al tiempo t_0, nos devuelve el estado al tiempo t, es decir $U(t,t_0)|\Psi(t_0)\rangle$ (Hughes 1989, 145-146; Ballentine 1990, 68-69; Sakurai 1994, 68-72).

Al considerar que el estado evoluciona en el tiempo, las magnitudes físicas son consideradas fijas. Este es el llamado *marco de Schrödinger*. Los operadores que representan magnitudes físicas en el marco de Schrödinger son llamados operadores de Schrödinger (Ballentine 1990, 69). En el marco de Schrödinger los estados se indicaran con dependencia temporal, y las magnitudes físicas no. Sin embargo, haciendo uso del mismo operador de evolución, es posible considerar una descripción temporal físicamente equivalente donde el estado es asumido independiente del tiempo, y son las magnitudes físicas las que se consideran dependientes del tiempo. Este es el llamado *marco de Heisenberg*. Una magnitud física representada por un operador A en el marco de Schrödinger se relaciona con la misma magnitud física $A(t)$ en el marco de Heisenberg por medio de la formula

$$A(t) = U(t_0,t)AU(t,t_0) \tag{1.6}$$

donde t_0 es un tiempo de referencia usualmente tomado como cero (Ballentine 1990, 68-69; Sakurai 1994, 82).

Es importante enfatizar que un sistema cuántico evoluciona en el tiempo (de acuerdo con la ecuación de Schrödinger) de forma completamente determinista, de modo que conociendo el estado a un tiempo inicial t, queda determinado con certeza el estado para todo tiempo posterior t'. Pese a ello, y aunque las magnitudes también puedan considerarse que evolucionan en el marco de Heisenberg en forma determinista, la evolución de los valores que dichas magnitudes pueden adoptar en términos de los resultados obtenidos en las mediciones es completamente indeterminista. Es en este punto que se recurre a una descripción probabilística, con la fórmula para las probabilidades dada por la regla de Born. (Hughes 1989, 78). Esta peculiar relación entre la evolución determinista del estado, y la asignación de propiedades en forma indeterminista producto de la medición, ha sido objeto de todo tipo de discusión y debate en el marco del llamado *problema de la medición*, del cual volveremos hablar más adelante.

Con esta breve introducción de las principales características formales de la mecánica cuántica, en especial referida a su representación de propiedades, estamos en condiciones de abordar los distintos formalismos de historias cuánticas. Comenzaremos con el de Historias Consistentes, que puede considerarse como el formalismo fundacional de los demás formalismos de historias cuánticas.

2 Historias consistentes ↑

El formalismo de *Historias Consistentes* fue desarrollado inicialmente por Robert Griffiths en la década de los ‘80 (Griffiths 1884). Más tarde, de la mano de Roland Omnès, y posteriormente con los trabajos de Murray Gell-Mann y James Hartle, se desarrollaron ciertas variantes, aunque sin modificar la esencia de la propuesta (Omnès 1988; Gell-Mann y Hartle 1990).

La idea central del formalismo consiste en describir la evolución de un sistema cuántico en términos de historias construidas por medio de secuencia de propiedades consideradas a distintos tiempos. Bajo esta concepción, se prescinde de la noción de estado como el elemento que determina la evolución del sistema y que asigna propiedades de valor a las magnitudes. Ya sea el estado con su evolución, y las propiedades con su asignación, pasan a estar integradas en la misma noción de historia. Es cada historia, constituida de distintas propiedades a distintos tiempos, la que da cuenta de la evolución del sistema, la cual es considerada como una secuencia completamente estocástica desde su definición, y no debido a algún proceso de medición por medio del cual se introducen las probabilidades dadas por la regla de Born. El concepto de medición se despoja completamente de este papel especial de introducir el indeterminismo en la teoría (injustificado, por otro lado, puesto que los aparatos de medición están compuestos de los mismos sistemas microscópicos que la teórica cuántica pretende describir).

En el formalismo de historias consistentes, todas las dependencias temporales se consideran indeterministas. Esto no significa que la ecuación de Schrödinger deje de ser tenida en cuenta: simplemente es considerada para otro propósito. Por medio el operador de evolución, la ecuación de Schrödinger permitirá generar una noción de peso probabilístico a cada historia, lo cual tendrá una importancia fundamental. Sin embargo antes de presentar esta cuestión, será necesario establecer una estructura lógica de historias dentro de la cual cada historia es pensada como una proposición elemental de evolución del sistema. Empezaremos por la construcción basada en los trabajos de Griffiths.

2.1 La estructura lógica de historias de Griffiths ↑

Comencemos considerando un sistema cuántico en el marco de Schrödinger (donde las magnitudes físicas son consideradas fijas en el tiempo), con un espacio de Hilbert de dimensión d, al que se quiere describir en términos de historias. Supongamos una secuencia de tiempos ordenada $t_0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_n$, y en cada tiempo t_i consideramos una cierta magnitud física A^i del sistema. En ese tiempo asumimos una particular descomposición proyectiva asociada A^i, la cual suponemos representada por un conjunto de proyectores $\Pi^i_{K_i}$ correspondiente al rango de valores $\Delta^i_{K_i}$ del espectro de A^i al tiempo t_i. Por tratarse de una descomposición proyectiva, los $\Pi^i_{K_i}$ deberán cumplir (para cada i) $\Pi^i_{K_i}\Pi^i_{K_{i'}} = \delta_{K_i K_{i'}}\Pi^i_{K_i}$, y $\sum_{K_i}\Pi^i_{K_i} = \mathrm{I}$, siendo I la identidad del espacio de Hilbert del sistema. El conjunto de proyectores $\Pi^i_{K_i}$ representan las propiedades de rango de valor en $\Delta^i_{K_i}$ que conforman el espacio muestral asociado a la magnitud A en el tiempo t_i. De este modo, tendremos un espacio muestral de propiedades a cada tiempo.

El siguiente paso es construir un espacio muestral de secuencias de propiedades tomadas del espacio muestral a cada tiempo, es decir, un espacio muestral de historias, que vistas como propiedades compuestas (de propiedades a distintos tiempos) puedan ser representadas por proyectores que constituyan una descomposición proyectiva de la identidad en un espacio de Hilbert de historias. La idea es que al definir operaciones lógicas dentro del espacio muestral de historias, dichas historias también puedan considerarse como proposiciones, proposiciones mínimas de evolución de cuyas disyunciones se pueda generar un contexto de historias, noción que, como hemos visto, nos asegura una estructura lógica booleana. El contexto de historias, con las magnitudes consideradas a los tiempos considerados, formará un universo de discurso de las evoluciones del sistema y respetará las leyes de la estructura lógica clásica.

Sin embargo, se presenta aquí la dificultad de cómo representar historias para construir su espacio muestral en términos de proyectores que constituyan una descomposición proyectiva, y así puedan generar el correspondiente contexto de historias. El problema consiste en incorporar la representación de las distintas propiedades que participan a distintos tiempos, aun cuando en general éstas pueden resultar incompatibles.

En el formalismo original de Griffiths, este problema se logra sortear considerando que la descripción de distintas propiedades de un mismo sistema a distintos tiempos es equivalente a la descripción de cada una de esas propiedades en un sistema dentro de una colección de sistemas considerados simultáneamente (Griffiths 1996, 2761; Griffiths 2002, 112). Dicho de otra manera, se asume que, para cada i, el conjunto de los $\Pi^i_{K_i}$ constituye la descomposición proyectiva asociada a la variable A^i del sistema etiquetado con el índice i dentro de un conjunto de n sistemas idénticos. De este modo, el proyector de una historia puede ser construido mediante el producto tensorial de los proyectores $\Pi^{i}_{K_i}$. Así, una posible historia podrá representada por:

$$H_K = \Pi^0_{K_0} \otimes \Pi^1_{K_1} \otimes \Pi^2_{K_2} \otimes \cdots \otimes \Pi^n_{K_n} \tag{2.1}$$

donde K indica el índice múltiple dado por $K = \{K_0, K_1, K_2, \cdots, K_n\}$, siendo cada K_i el índice que etiqueta un proyector en descomposición proyectiva asociada a la variable al tiempo t_i y que, por lo tanto, representa la propiedad de valor de A^i en el rango $\Delta^i_{K_i}$. El símbolo $\otimes$ representa el producto tensorial habitual (Hughes 1989, 148-149; Griffiths 2002, 82-85). Debido a que el espacio de Hilbert de una colección de sistemas es el producto tensorial de cada espacio de Hilbert por separado, tendremos que el espacio de Hilbert de historias, que llamaremos $\tilde{\mathrm{H}}$, será dado por $\tilde{\mathrm{H}} = \mathrm{H}^1 \otimes \mathrm{H}^2 \otimes \ldots \otimes \mathrm{H}^n$, donde H^i es copia de espacio de Hilbert H usado para describir al sistema en cada tiempo. Con esta construcción es claro que los H_K que representan las historias cumplen:

$$H_K H_K = \delta_{KK'} H_K \qquad \sum_K H_K = \tilde{\mathrm{I}} \tag{2.2}$$

Siendo $\tilde{\mathrm{I}}$ el operador identidad en el espacio de Hilbert $\tilde{\mathrm{H}}$. Es decir, los H_K forman una descomposición proyectiva en el espacio de historias, y por consiguiente determinan un espacio muestral de historias.

Contando con los proyectores del espacio muestral de historias, es posible definir la conjunción, la disyunción y la negación de historias en términos de operaciones entre sus correspondientes proyectores, en forma completamente análoga al modo en que hemos definido esas operaciones entre propiedades cuánticas ordinarias. Estos proyectores conmutan entre sí debido a que representan propiedades de un espacio muestral; por consiguiente, en analogía con las ecuaciones (1.2)-(1.4), el operador de la disyunción será $H_{K \wedge K'} = H_K H_{K'}$, y finalmente, el de la negación $H_{\neg K} = \tilde{\mathrm{I}} - H_K$.

A partir de disyunciones entre los elementos del espacio muestral de historias, se podrá generar el correspondiente contexto de historias. Los H_K, que representan el espacio muestral de historias, son los elementos mínimos del contexto y, como es propio de un contexto, cada historia en él podrá representada por sumas de dichos elementos. Más precisamente, un contexto de historias $\mathcal{F}$ es el conjunto definido como:

$$\mathcal{F} = \left\{ H \;/\; H = \sum_K \nu_K H_{K'}, \qquad \text{con } \nu_K \text{ igual a 0 ó 1} \right\}$$

Un contexto de historias se dice también que forma una *familia de historias* (Griffith 1996, 2761; 2002, 116).

2.2 Ejemplo de construcción de una familia de historias ↑

Antes de seguir adelante, vale la pena fijar las ideas anteriores mediante un ejemplo de construcción de una familia de historias a dos tiempos. Supongamos un sistema con un espacio de Hilbert de dimensión $d = 3$, y los tiempos $t_0 < t_1$. Consideremos en t_0 la magnitud A^0, cuyo espectro es $\{a^0_1, a^0_2, a^0_3\}$, y que posee una descomposición proyectiva dada por

$\Pi_1^0 = |a_1^0\rangle\langle a_1^0|$
$\Pi_2^0 = |a_2^0\rangle\langle a_2^0| + |a_3^0\rangle\langle a_3^0|$

El proyector Π_1^0 corresponde al rango de valores de A^0 dado por $\Delta_1^0 = \{a_1^0\}$, y Π_2^0 corresponde al rango de valores de A^0 dado por $\Delta_1^0 = \{a_2^0, a_3^0\}$. Por otro lado, en el tiempo t_1 consideramos la magnitud A^1, cuyo espectro es $\{a_1^1, a_2^1, a_3^1\}$, y que posee una descomposición proyectiva dada por

$\Pi_1^1 = |a_1^1\rangle\langle a_1^1|$
$\Pi_2^1 = |a_2^1\rangle\langle a_2^1|$
$\Pi_3^1 = |a_3^1\rangle\langle a_3^1|$

En este caso, cada Π_K^1 corresponde al rango de valores de A^1 dado por $\Delta_K^0 = \{a_K^0\}$. Bajo estas condiciones, tendremos un espacio muestral de historias dado por el conjunto de los $\Pi_K = \Pi_A^0 \otimes \Pi_B^1$, siendo aquí $K = \{A, B\}$. Este conjunto estará formado por seis elementos, que serán los elementos mínimos del contexto. Explícitamente, tomando las dos posibilidades para el índice A correspondiente al primer tiempo, y las tres posibilidades para el índice B correspondiente al segundo tiempo, el espacio muestral resulta:

$\{H_{11} = \Pi_1^0 \otimes \Pi_1^1\,; H_{12} = \Pi_1^0 \otimes \Pi_2^1;\ H_{13} = \Pi_1^0 \otimes \Pi_3^1;\ H_{21} = \Pi_2^0 \otimes \Pi_1^1;\ H_{22} = \Pi_2^0 \otimes \Pi_2^1;\ H_{23} =$
$\Pi_2^0 \otimes \Pi_3^1;\}$

Desde el punto de vista lógico, este conjunto de seis historias, sujetas a las magnitudes consideradas y a los tiempos establecidos, constituyen las proposiciones básicas de evolución del sistema. Es decir, en términos de propiedades de las magnitudes consideradas, el sistema seguirá uno de esos seis caminos elementales, y aunque el formalismo no predice cuál, nos permite establecer, a partir de las disyunciones de estas seis historias elementales, un contexto de historias, o familia de historias $\mathcal{F}$, que constituye el universo de discurso que incluye todo lo que se puede predicar respecto de la evolución del sistema (sujeta a las magnitudes consideradas y a los tiempos establecidos). Se podrá, entonces, formular enunciados que aplican conectivos lógicos entre historias como parte de algún razonamiento, y aunque, como ya hemos mencionado, cuánticamente no contamos con una noción inferencia satisfactoria, podremos alcanzar conclusiones en términos de probabilidades que definiremos sobre las historias. Por ejemplo, en algún razonamiento podría incluirse el enunciado según el cual el sistema podrá seguir o bien la historia H_{11} o bien la historia H_{21}; esto significa que es necesario formular la disyunción $H_{11} \vee H_{21}$, lo cual resulta en un elemento del contexto dado por:

$$\begin{aligned} H_{11} \vee H_{21} &= \Pi_1^0 \otimes \Pi_1^1 \vee \Pi_2^0 \otimes \Pi_1^1 \\ &= \Pi_1^0 \otimes \Pi_1^1 + \Pi_2^0 \otimes \Pi_1^1 - (\Pi_1^0 \otimes \Pi_1^1)(\Pi_2^0 \otimes \Pi_1^1) \end{aligned}$$

Este ejemplo muestra cómo construir el contexto de historias y operar entre ellas. Sin embargo, como ya hemos mencionado, en este formalismo se considera la mecánica cuántica como una teoría completamente estocástica. Por lo tanto, aún debe definirse una medida de probabilidad sobre el universo de historias, necesaria para hacer predicciones en términos de razonamientos probabilísticos, y en particular, inferencias de certeza, que corresponderán a probabilidades iguales a 1 o a 0.

2.3 Peso probabilístico sobre historias ↑

Siguiendo los trabajos originales de Griffith (Griffith 1996, 2761; 2002, 137), antes de definir una medida de probabilidad se define el llamado *operador cadena*, que incorpora en cada historia la información dinámica contenida en la ecuación de Schrödinger por medio de los operadores de evolución $U(t',t)$. Si $H_K = \Pi^0_{K_0} \otimes \Pi^1_{K_1} \otimes \Pi^2_{K_2} \otimes \cdots \otimes \Pi^n_{K_n}$ es el proyector de una historia en el espacio de Hilbert $\widetilde{\mathrm{H}}$, entonces, el *operador cadena* C_K es el resultado de la aplicación C sobre el proyector de la historia, aplicación definida como

$$C[H_K] = U(t_r, t_0)\Pi^0_{K_0} U(t_0, t_1)\Pi^1_{K_1} U(t_1, t_2)\Pi^2_{K_2} U(t_3, t_4) \cdots U(t_{n-1}, t_n)\Pi^n_{K_n} U(t_n, t_r) \equiv C_K$$

donde t_r es un tiempo de referencia independiente de los otros tiempos que aparecen en la expresión, y que puede ser tomado igual a t_0. Como vemos, la aplicación C es un mapeo lineal de operadores en el espacio de Hilbert de historias $\widetilde{\mathrm{H}}$ a operadores en el espacio Hilbert H del sistema. Matemáticamente, $C: \widetilde{\mathrm{H}} \to \mathrm{H}$ (Griffiths 1996, 2761; 2002, 138). En el ejemplo anterior, tomando H_{11} y H_{21} tenemos que

$$\begin{aligned} C[H_{11} + H_{21}] &= C[\Pi^0_1 \otimes \Pi^1_1 + \Pi^0_2 \otimes \Pi^1_1] \\ &= C[\Pi^0_1 \otimes \Pi^1_1] + C[\Pi^0_2 \otimes \Pi^1_1] \\ &= U(t_r, t_0)\Pi^0_1 U(t_0, t_1)\Pi^1_1 U(t_1, t_r) + U(t_r, t_0)\Pi^0_2 U(t_0, t_1)\Pi^1_1 U(t_1, t_r) \end{aligned}$$

La aplicación C toma un proyector suma de proyectores de historias, y nos devuelve el operador cadena C_K correspondiente, que es la suma de operadores cadena por separado. Es fácil demostrar, haciendo uso de las propiedades de los operadores de evolución, que C_K se puede expresar como

$$C_K = \Pi^0_{K_0}(t_0)\Pi^1_{K_1}(t_1)\Pi^2_{K_2}(t_2) \cdots \Pi^n_{K_n}(t_n) \tag{2.4}$$

Donde los $\Pi^i_{K_i}(t_i) = U(t_r, t_i)\Pi^i_{K_i} U(t_i, t_r)$, de acuerdo con la ecuación (1.6), son los proyectores de Heisenberg correspondientes a los proyectores de Schrödinger $\Pi^i_{K_i}$ (es decir, fijos en el tiempo), pero que determinan la descomposición espectral al tiempo t_i.

Con el operador cadena se define el peso probabilístico W de la historia H_K (Griffiths 1996, 2762; 2002, 139) de la siguiente manera:

$$W(H_K) = Tr[C(H_K)^\dagger C(H_K)] = Tr[C_K{}^\dagger C_K] \tag{2.5}$$

El peso así definido responde a las propiedades de un producto interno y, en consecuencia, es un número real no negativo, y es cero si y sólo si el operador C_K es cero (Griffiths 1996, 2762; 2002, 139).

Si consideramos en el tiempo t_0 un proyector inicial fijo $\rho_0 = |\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|$, que puede considerarse como el estado (en este caso puro) del sistema en ese tiempo inicial, la familia de historias se podrá escribir $H_K = \rho_0 \otimes \Pi^1_{K_1} \otimes \Pi^2_{K_2} \otimes \cdots \otimes \Pi^n_{K_n}$; entonces, el peso W sobre esa historia adopta la forma

$$W(H_K) = Tr\left[C_K{}^{\dagger} C_K\right] = Tr\left[\Pi^n_{K_n}(t_n) \cdots \Pi^1_{K_1}(t_1)\, \rho_0\, \Pi^1_{K_1}(t_1) \cdots \Pi^n_{K_n}(t_n)\right]$$

(2.6)

Si consideramos ahora el operador $\mathcal{C}_K = \Pi^n_{K_n}(t_n) \cdots \Pi^1_{K_1}(t_1)$, con $K = \{K_n, \cdots K_3, K_2, K_1\}$, esto es, el operador que representa la historia H_K pero desde el tiempo t_1 al tiempo t_n, el peso probabilístico sobre se puede escribir como:

$$W(\mathcal{C}_K) = Tr\left[\mathcal{C}_K\, \rho_0\, \mathcal{C}_K{}^{\dagger}\right]$$

(2.7)

Ésta es la fórmula para el peso probabilístico de una historia que define Roland Omnès en su formulación de historias consistentes, y la misma puede generalizarse para estados iniciales ρ_0 no necesariamente puros (Omnès 1988, 904; 1992, 344; 1994, 129; 1999, 144-146). El operador $\mathcal{C}_K$, que llamaremos *operador de Omnès* de la historia H_K, no es más que el hermítico conjugado del operador cadena C_K, pero sin considerar el tiempo t_0. La ecuación (2.6) formulada por Griffiths es completamente equivalente a la ecuación (2.7) formulada por Omnès. Esta última quizás es más conveniente para justificar la definición del peso sobre las historias, pues si la historia se compone de propiedades de magnitudes todas compatibles entre sí, entonces el operador de Omnès $\mathcal{C}_K$ es el proyector correspondiente a la conjunción de las propiedades en la historias, y la ecuación (2.7) se reduce a la regla de Born usual aplicada al proyector de esa conjunción (Omnès 1999, 146).

2.4 La estructura lógica de historias de Omnès ↑

Trabajar con las historias directamente en términos de los $\mathcal{C}_K$ tiene a veces algunas ventajas a la hora de calcular sus probabilidades. Sin embargo, la desventaja es que los $\mathcal{C}_K$ no pueden servir como elementos para elaborar un contexto dentro del cual poder operar con conectivos lógicos de modo tal de generar una estructura booleana. Esto es así porque, tal como fueron definidos, en general los $\mathcal{C}_K$ ni siquiera son proyectores. Son simplemente secuencias de multiplicaciones ordenadas de los proyectores de Heisenberg que intervienen en la historias, y éstos pueden no conmutar. Los $\mathcal{C}_K$ son útiles para calcular probabilidades, pero con ellos perdemos la estructura lógica para formular enunciados que involucren operaciones entre historias.

Para sortear este inconveniente, Omnès define un "*espacio geométrico de historias*" (Omnès 1992, 345; 1994, 156-157; 1999, 141; Vanni 2010, 79). En este espacio, de dimensión igual a la cantidad de tiempos en las historias, cada eje se asocia a un tiempo t_i. En cada uno de esos eje se representa el espectro de la magnitud A^i considerada en ese tiempo, y el eje se divide en intervalos $\Delta^i_{K_i}$, correspondientes a la división del espectro de A^i que determina su espacio muestral asociado a ese tiempo. Con esta construcción geométrica, cada historia dada por el operador $\mathcal{C}_K$ queda representada por un bloque elemental Γ_K de dimensión n, formado por el producto directo de los intervalos $\Delta^i_{K_i}$, es decir $\Gamma_K = \Delta^1_{K_1} \times \Delta^2_{K_2} \times \cdots \times \Delta^n_{K_n}$, con $K = \{K_1, K_2, K_3, \cdots K_n\}$. Dicha construcción permite definir la estructura lógica de historias en términos de operaciones entre los bloques Γ_K, asociando los conectivos lógicos de conjunción, disyunción y negación a las operaciones habituales de intersección, unión y complemento, respectivamente, entre conjuntos de bloques Γ_K en el espacio geométrico de historias.

La estructura lógica así definida, en términos de operaciones entre bloques Γ_K en el espacio geométrico de historias de Omnès, resulta booleana, la cual es completamente equivalente a la que resulta de las operaciones entre los operadores de historias H_K definidos por Griffiths. Cada bloque Γ_K en el espacio geométrico de historias representa al operador de Omnès $\mathcal{C}_K$, y éste se corresponde a su vez con el operador de Griffiths H_K.

Un caso particular de esta construcción puede verse en la Figura 2, donde hemos representado el espacio geométrico de historias para el ejemplo de historias de Griffiths a dos tiempos presentado en la subsección 2.2. Aquí, para considerar estas historias como historias de Omnès, simplemente suponemos que las historias comienzan en t_0, y que el tiempo de preparación del estado es algún otro tiempo anterior a t_0. En la figura se representa en sombreado la disyunción de las historias H_{11} y H_{22}. Esta disyunción corresponde a la región dada por la unión de bloques $\Gamma_{11} \cup \Gamma_{22} = \Delta_1^0 \times \Delta_1^1 \cup \Delta_2^0 \times \Delta_2^1$, y que, en términos de operaciones entre los operadores de Griffiths, se expresa como $H_{11} \vee H_{22} = \Pi_1^0 \otimes \Pi_1^1 + \Pi_2^0 \otimes \Pi_2^1$, y cuyo operador cadena además adquiere la forma $\Pi_1^0(t_0)\Pi_1^1(t_1) + \Pi_2^0(t_0)\Pi_2^1(t_1)$ en el marco de Heisenberg.

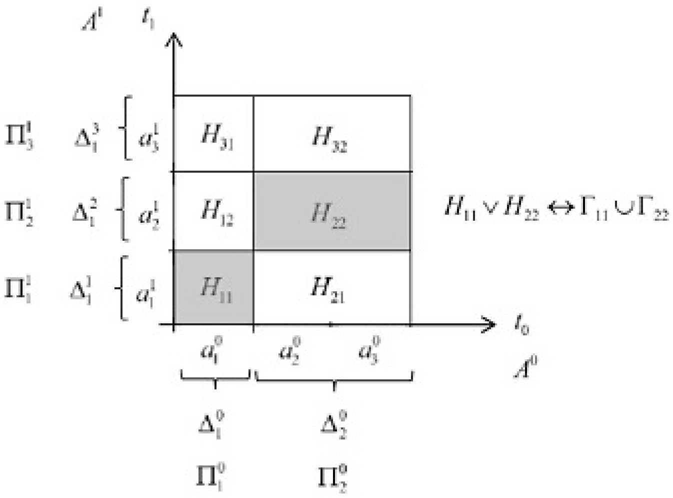

Figura 2

En sus trabajos, Omnès completa la estructura lógica construida a partir del espacio geométrico de historias, definiendo una noción de inferencia lógica en términos probabilísticos. Para ello, en primer lugar define el peso probabilístico condicional. Supongamos dos historias $\mathcal{C}_\alpha$ y $\mathcal{C}_\beta$, representadas en términos de los operadores de Omnès. El *peso condicional* se define como ha de esperarse de la fórmula de una probabilidad condicional:

$$W\left(\mathcal{C}_\alpha / \mathcal{C}_\beta\right) = \frac{W(\mathcal{C}_\alpha \wedge \mathcal{C}_\beta)}{W\left(\mathcal{C}_\beta\right)} \tag{2.8}$$

La inferencia es definida de modo tal que, si $W(\mathcal{C}_\beta) \neq 0$, entonces (Omnès 1992, 347; 1994, 157; 1988, 142)

$$\mathcal{C}_\alpha \Rightarrow \mathcal{C}_\beta \quad \text{si y sólo si} \quad W\left(\mathcal{C}_\alpha / \mathcal{C}_\beta\right) = 1$$

Esta noción de inferencia será de gran utilidad en muchos razonamientos formulados en el ámbito del formalismo de historias consistentes. Después de todo, al considerar la mecánica cuántica una teoría completamente estocástica, es natural pensar que las consecuencias físicas de la teoría se expresen en términos de probabilidades condicionales.

2.5 Condiciones de consistencia ↑

Hasta aquí hemos hablamos de peso probabilístico sobre historias, y no directamente de probabilidad sobre historias. La razón es que, si bien W cumple algunos requisitos mínimos para considerarse una probabilidad, en rigor no los cumple todos, al menos no en todas las posibles familias de historias tal como han sido definidas. Lo que sucede es que, en general, W no satisface los axiomas de Kolmogorov para una medida de probabilidad clásica (Mittelstaedt 1998, 74). Lo que falla es que W no es aditivo para historias disjuntas (Omnès 1999, 157-160; Griffiths 1984, 224). En términos de los operadores Griffiths esto significa que, si $H_A \wedge H_B = 0$, en general no se cumple que $W(H_A \vee H_B) = W(H_A) + W(H_B)$, como se esperaría de una probabilidad bien definida. La única excepción es para historias a dos tiempos; se puede probar que todo conjunto de historias a dos tiempos es consistente, pero un conjunto genérico no lo es (Vanni 2010, 81).

Al efectuar los cálculos explícitos de $W(H_A \vee H_B)$ para historias H_A y H_B cualesquiera dentro de una familia, resulta que siempre aparecen la suma $W(H_A) + W(H_B)$ más términos adicionales. Aunque los cálculos generales son algo engorrosos, resultan muy fáciles para historias a tres tiempos (Vanni 2010, 83-84). La idea es buscar familias donde los términos adicionales se anulen, y así W pueda considerarse una medida de probabilidad clásica. Esta exigencia se traduce en las llamadas condiciones de consistencia. Se puede demostrar que W cumple aditividad dentro de una familia de historias si, para cualquier par de historias disjuntas H_A y H_B en dicha familia, se cumple que

$$\mathrm{Real}(Tr\ [C(H_A)^{\dagger}C(H_B)]) = 0 \tag{2.9}$$

Cuando una familia de historias, como las que hemos construido, cumple además esta última condición, se dice que es una *familia de historias consistentes.* En ese caso, la familia no sólo forma un contexto de historias cuya estructura lógica es booleana, sino que además está definida una probabilidad que respeta los axiomas de Kolmogorov para una medida de probabilidad clásica. Una familia de historias consistentes se llama también “*framework*” (Griffiths 1996, 2761; 2002, 141).

La ecuación (2.9) es condición necesaria y suficiente para que el peso probabilístico W cumpla aditividad dentro de una familia. A veces es llamada *condición de consistencia de Griffiths* (Vanni 2010, 85), o *condición de consistencia débil* (Griffiths 1996, 2762). Por razones técnicas, a veces es conveniente exigir como condición de consistencia no sólo que la parte real de la expresión en (2.9) se anule, sino que también lo haga la parte imaginaria, con lo cual la condición se convierte en

$$Tr[C(H_A)^{\dagger}C(H_B)] = 0 \tag{2.10}$$

Esta última ecuación (2.10) es condición suficiente, pero no necesaria para que W cumpla aditividad dentro de una familia. A veces es llamada condición de consistencia de Gell-Mann y Hartle, ya que fueron quienes la consideraron por primera vez (Gell-Mann y Hartle 1990, 327; 1993, 3353). A veces también es llamada *condición de consistencia fuerte* (Griffiths 1996, 2762).

En la formalización de Omnès, si $\mathcal{C}_\alpha$ y $\mathcal{C}_\beta$ representan dos historias disjuntas, la condición de consistencia débil adopta la forma

$$\mathrm{Real}\left(Tr\left[\mathcal{C}_\alpha\, \rho_0\, \mathcal{C}_\beta{}^{\dagger}\right]\right) = 0$$

Y de forma análoga, la condición de consistencia fuerte resulta

$$Tr\left[\mathcal{C}_\alpha\, \rho_0\, \mathcal{C}_\beta{}^\dagger\right] = 0$$

Como vemos, las condiciones de consistencia, tal como son presentadas por Omnès, quedan en dependencia explicita del estado inicial ρ_0 con el que se prepara al sistema. Esto puede cuestionarse, pues las condiciones que determinan un espacio muestral válido en términos probabilísticos en general quedan definidas previamente a cualquier noción de estado sobre el sistema (Griffiths 1996, 2774; Vanni 2010, 87). Como en las condiciones formuladas por Griffiths no se considera el operador al tiempo inicial como representante de un estado del sistema, éstas parecen más independientes respecto del estado inicial.

Vale la pena enfatizar que, para que una familia $\mathcal{F}$ sea considerada consistente, las condiciones de consistencia se deben cumplir para todo par de historias disjuntas de la familia. Sin embargo, debido a la linealidad del operador cadena y la traza definida entre operadores, es suficiente que las condiciones de consistencia se cumplan para cualquier par de elementos mínimos H_K distintos que genera la familia, para que toda la familia $\mathcal{F}$ sea consistente.

2.6 Refinamiento y compatibilidad ↑

Una familia de historias consistentes determina un marco descriptivo de evoluciones de un sistema en términos de propiedades de valor de ciertas magnitudes consideradas. Una vez establecido ese marco, podría desearse refinarlo al incorporar más propiedades que las consideradas en las descripciones. Esto puede lograrse o bien mediante un refinamiento temporal, es decir, agregando más tiempos en las historias con nuevas propiedades a considerar a esos tiempos, o bien con un refinamiento de propiedades a un dado tiempo, es decir, agregando más propiedades al espacio muestral en un tiempo ya dado en la historia.

El *refinamiento de una familia de historias* o contexto de historias queda determinado por el refinamiento del espacio muestral que lo genera. En términos de los operadores de Griffiths $H_K = \Pi^0_{K_0} \otimes \Pi^1_{K_1} \otimes \Pi^2_{K_2} \otimes \cdots \otimes \Pi^n_{K_n}$, cualquiera de los dos casos recién mencionados se logra al reemplazar uno o más proyectores en H_K por otros proyectores que, sumados, sean equivalentes a los que se reemplaza. Esta operación incluye el refinamiento temporal, pues cada tiempo adicional que no aparece en H_K puede pensarse representado por el proyector identidad. Por ejemplo, supongamos que tenemos una familia a dos tiempos t_1 y t_3 determinada por el espacio muestral de historias representadas por el conjunto de los $H_K = \Pi^1_A \otimes \Pi^3_C$, aquí $K = \{A, C\}$. Para hacer un refinamiento temporal, por ejemplo agregando un tiempo intermedio t_2 entre t_1 y t_3, consideramos que $\Pi^1_A \otimes \Pi^3_C = \Pi^1_A \otimes \mathrm{I} \otimes \Pi^3_C$. Así, el refinamiento temporal se logra al efectuar el reemplazo:

$$\{\Pi^1_A \otimes \mathrm{I} \otimes \Pi^3_C\} \rightarrow \{\Pi^1_A \otimes \Pi^2_B \otimes \Pi^3_C\} \quad \text{siempre que} \sum_B \Pi^2_B = \mathrm{I}$$

Por otro lado, un refinamiento de propiedades en un dado tiempo, por ejemplo en el tiempo t_1, se logra al efectuar el reemplazo:

$$\{\Pi^1_A \otimes \Pi^3_C\} \rightarrow \{\Pi^1_{A^\alpha} \otimes \Pi^3_C\} \quad \text{siempre que} \sum_\alpha \Pi^1_{A^\alpha} = \Pi^1_A$$

Se dice que dos familias de historias consistentes *tienen un refinamiento común* si existe una tercera familia que las contenga y sea consistente. El refinamiento común más "grueso" entre dos familias, $\mathcal{F}_A$ con elementos mínimos X_A, y $\mathcal{F}_B$ con elementos mínimos Y_B, es la familia consistente generada por el conjunto de elementos mínimos formados por $H_{AB} = X_A Y_B$. Por ejemplo, dadas la familia $\mathcal{F}_A$ generada por el conjunto de elementos mínimos $X_A = \Pi_A^1 \otimes \mathrm{I}$, y la familia $\mathcal{F}_B$ generada por el conjunto de elementos mínimos $X_B = \mathrm{I} \otimes \Pi_B^2$, entonces el refinamiento común más "grueso" es la familia consistente generada por el conjunto de elementos mínimos constituido por $H_{AB} = X_A X_B = \Pi_A^1 \otimes \Pi_B^2$. Por supuesto, un refinamiento común entre dos familias será imposible si algún elemento mínimo en una no conmuta con algún elemento mínimo en otra, porque en ese caso ni siquiera se podrá formar un contexto que determine un algebra booleana. Esto nos conduce a la noción de compatibilidad e incompatibilidad entre familias.

Decimos que dos familias son *compatibles* si existe un refinamiento común entre ellas, y decimos que son *incompatibles* si esto no sucede. Esto implica dos nociones distintas de incompatibilidad entre familias. La primera es la noción habitual de incompatibilidad cuántica, que proviene de considerar propiedades cuyos operadores no conmutan. Si dos operadores de historia no conmutan, no pueden pertenecer a un mismo contexto o familia de historias y, por lo tanto no formarán parte de una estructura lógica clásica. Sin embargo, en el formalismo de historias consistentes, la incompatibilidad puede provenir de una fuente distinta a la falta de conmutatividad. Es posible tener dos familias, cada una consistente por separado, y donde cada uno de los operadores de historia de una familia conmuta con cada uno de los operadores de historia de la otra, pero aun así resultar que no puedan integrarse en una familia más grande que sea consistente. En ese caso la incompatibilidad proviene de la imposibilidad de cumplir las condiciones de consistencia que aseguran una medida de probabilidad válida; por consiguiente, no se puede asegurar la consistencia de razonamientos probabilísticos (en términos de probabilidades condicionales, por ejemplo) que mezclen historias de las distintas familias. En definitiva, la noción de compatibilidad en historias consistentes implica dos aspectos: primero, poder operar con enunciados que formen parte de una estructura booleanas; segundo, poder formular con tales enunciados razonamientos probabilísticos válidos.

Un ejemplo muy instructivo, en el cual existe incompatibilidad debido a la falta de un refinamiento común, es la llamada paradoja de las tres cajas (Griffiths 1996, 2770; 1998, 1616; 2002, 304). Esta paradoja fue inicialmente enunciada por Yakir Aharonov y Lev Vaidman (Aharonov y Vaidman, 1991). Supongamos una partícula que puede estar ubicada en tres cajas A, B o C. Cada caja puede concebirse como un estado para la partícula, $|A\rangle$, $|B\rangle$ o $|C\rangle$. Estos estados deberán ser ortogonales porque son excluyentes, es decir, la presencia en una caja implica ausencia en las otras. Así el sistema puede describirse con un espacio de Hilbert de dimensión tres, donde $|A\rangle$, $|B\rangle$, $|C\rangle$ forman una base. Cada uno de estos estados, por ser estados puros, quedan asociados a las propiedades correspondientes representadas por $\Pi_A = |A\rangle\langle A|$, $\Pi_B = |B\rangle\langle B|$, $\Pi_C = |C\rangle\langle C|$, donde I es la identidad del espacio de Hilbert de la partícula. Supongamos un estado inicial para la partícula en el tiempo t_0 dado por $|\Psi\rangle = 1/\sqrt{3}\ (|A\rangle + |B\rangle + |C\rangle)$, asociado a la propiedad representada por $\Pi_\Psi = |\Psi\rangle\langle\Psi|$, y un estado final al tiempo t_2 dado por $|\Phi\rangle = 1/\sqrt{3}\ (|A\rangle + |B\rangle - |C\rangle)$, asociado a la propiedad representada por $\Pi_\Phi = |\Phi\rangle\langle\Phi|$. Consideremos ahora dos familias de historias a tres tiempos, con un tiempo intermedio t_1.

Primero consideremos la familia de historias $\mathcal{F}_A$ generada por el espacio muestral que determina la descomposición de la identidad $\tilde{\mathrm{I}}$ en el espacio de historias de la siguiente manera:

$$\tilde{\mathrm{I}} = (\Pi_\Psi + \Pi_{\neg\Psi}) \otimes (\Pi_A + \Pi_{\neg A}) \otimes (\Pi_\Phi + \Pi_{\neg\Phi})$$

donde $\Pi_{\neg\Psi} = \mathrm{I} - \Pi_\Psi$, $\Pi_{\neg A} = \mathrm{I} - \Pi_A = \Pi_B + \Pi_C$ y $\Pi_{\neg\Phi} = \mathrm{I} - \Pi_\Phi$. Esta descomposición implica que hemos considerado Π_Ψ o su negación al tiempo t_0, Π_A o su negación al tiempo t_1, y finalmente Π_Φ o su negación al tiempo

t_2. Claramente tendremos un espacio muestral con historias como elementos mínimos, las cuales corresponden a cada uno de los términos que se obtienen al distribuir la factorización de la identidad $\tilde{\mathrm{I}}$ definida arriba. Es fácil demostrar que $\mathcal{F}_A$ es una familia consistente, de modo que la probabilidad dada por el peso W es una probabilidad bien definida. De esta manera es posible elaborar ciertos razonamientos probabilísticos con elementos de la familia $\mathcal{F}_A$. Para ello, consideremos dentro de la familia $\mathcal{F}_A$ el elemento $A_1 = \mathrm{I}\otimes\Pi_A\otimes\mathrm{I}$ el cual proviene de disyunciones desde los elementos mínimos $\Pi_\Psi\otimes\Pi_A\otimes\Pi_\Phi$, $\Pi\neg_\Psi\otimes\Pi_A\otimes\Pi_\Phi$ y $\Pi_{\neg\Psi}\otimes\Pi_A\otimes\Pi_\Phi$, $\Pi_{\neg\Psi}\otimes\Pi_A\otimes\Pi_{\neg\Phi}$. Visto como proposición de evolución del sistema, A_1 representa la asignación de la propiedad Π_A en el tiempo t_1, es decir, que la partícula está en la caja A, sin importar qué suceda en los tiempos t_0 y t_2. Consideremos también dentro de la misma familia $\mathcal{F}_A$ el elemento $\Psi_0\Phi_2 = \Pi_\Psi\otimes\mathrm{I}\otimes\Pi_\Phi$. Como proposición de evolución, este último elemento representa la asignación de la propiedad Π_Ψ en el tiempo t_0 y de la propiedad Π_Φ en el tiempo t_2, sin importar qué suceda en el tiempo intermedio t_1. Con estos elementos es fácil demostrar que

$$W(A_1/\Psi_0\Phi_2) = 1 \tag{2.11}$$

Esto significa que preparar el sistema en el estado $|\Psi\rangle$ en el tiempo t_0 y en el estado Π_Φ en el tiempo t_2 implica que, en el tiempo intermedio t_1, la partícula debe encontrarse en el estado $|A\rangle$, es decir, en la caja A con certeza.

Por otro lado, consideremos la familia $\mathcal{F}_B$, generada por el espacio muestral que determina la descomposición de la identidad $\tilde{\mathrm{I}}$ en el espacio de historias de la siguiente manera:

$$\tilde{\mathrm{I}} = (\Pi_\Psi + \Pi_{\neg\Psi})\otimes(\Pi_B + \Pi_{\neg B})\otimes(\Pi_\Phi + \Pi_{\neg\Phi})$$

Donde $\Pi_{\neg B} = \mathrm{I} - \Pi_B = \Pi_A + \Pi_C$. La diferencia con la familia $\mathcal{F}_A$ es que ahora consideramos Π_B o su negación al tiempo t_1 en lugar de Π_A. Como en el caso anterior, es fácil demostrar que $\mathcal{F}_B$ también es una familia consistente. Consideremos en $\mathcal{F}_B$ el elemento $\Psi_0\Phi_2 = \Pi_\Psi\otimes\mathrm{I}\otimes\Pi_\Phi$ como antes, y el elemento $B_1 = \mathrm{I}\otimes\Pi_B\otimes\mathrm{I}$ que, como proposición de evolución, corresponde a asignar la propiedad Π_B en el tiempo t_1, es decir que la partícula está en la caja B, sin importar que pasa en los tiempos t_0 y t_2. Se puede demostrar que

$$W(B_1/\Psi_0\Phi_2) = 1 \tag{2.12}$$

Este resultado significa que preparar el sistema en el estado $|\Psi\rangle$ en el tiempo t_0 y en el estado $|\Phi\rangle$ en el tiempo t_2 implica que, en el tiempo intermedio t_1, la partícula debe encontrarse en el estado $|B\rangle$, es decir, en la caja B con certeza. Pero esto está en clara contradicción con el resultado expresado en la ecuación (2.11), que expresaba que, con la misma preparación inicial y final, en el tiempo promedio t_1 la partícula debe encontrarse con certeza en la caja A. La contradicción consiste en que, con las mismas premisas iniciales (iniciales en el razonamiento utilizado, no en sentido temporal), es decir, $|\Psi\rangle$ en el tiempo t_0 y $|\Phi\rangle$ en el tiempo t_2, se llega a conclusiones contrarias en $\mathcal{F}_A$ y $\mathcal{F}_B$.

Lo que sucede aquí es que, si bien cada proyector en la familia $\mathcal{F}_A$ conmuta con los proyectores en la familia $\mathcal{F}_B$, las familias $\mathcal{F}_A$ y $\mathcal{F}_B$ resultan ser incompatibles puesto que no existe un refinamiento común que las incluya (Griffiths 1996, 2770; 1998, 1616; 2002, 304). De este modo, no es lícito comparar razonamientos probabilísticos con elementos de $\mathcal{F}_A$ y $\mathcal{F}_B$ simultáneamente. Cada familia $\mathcal{F}_A$ y $\mathcal{F}_B$ es consistente por separado, y la probabilidad está bien definida dentro de cada una de ellas, pero no lo está cuando se intenta combinar descripciones que utilicen elementos de las dos familias a la vez.

En general, cada familia de historias consistente puede considerarse una perspectiva del sistema, desde la cual es posible formular una descripción válida en términos clásicos, pero como ya es bien sabido de la mecánica cuántica, no es posible combinar descripciones incompatibles. En el caso del formalismo de historias se agrega a la ya conocida incompatibilidad debida a la falta de conmutatividad de los operadores que representas propiedades, la incompatibilidad debido a la falta de consistencia. Cada perspectiva, es decir, cada familia consistente está en pie de igualdad respecto de las otras: no hay una familia privilegiada que sea la “correcta” y otras que sean “erróneas”. Cada familia corresponde a una particular elección de propiedades a considerar en la descripción de las evoluciones del sistema, lo cual se corresponde en los experimentos a una particular configuración experimental que determina el marco dentro del cual las conclusiones a las que se arriba dentro de la familia serán corroboradas o no.

2.7 El problema de la medición ↑

Aunque es bastante común en la bibliografía encontrar referencias a dos problemas de la medición vinculados a la mecánica cuántica (Vanni 2010; Lombardi y Vanni 2010), uno de ellos es el tradicionalmente más discutido por ser aquél que más importancia tiene respecto de la interpretación de la teoría. En el marco de la interpretación ortodoxa, el problema de la medición consiste en el hecho de que la mecánica cuántica es incapaz de explicar por qué se registran valores bien definidos como resultados de la medición, cuando la teoría predice superposiciones sin valor definido en los estados de los aparatos. El problema es que, para justificar valores bien definidos en las mediciones, se debe violar la evolución determinista del estado regida por la ecuación de Schrödinger. En la interpretación ortodoxa, la solución consiste en dotar a la medición de un carácter especial, que ningún otro proceso cuántico posee, capaz de producir una evolución indeterminista en el estado, con probabilidades dadas por la regla de Born, que conduce al sistema a uno de los estados posibles del aparato con valor bien definido. Esto dota a la medición de un papel interpretativo crucial en la teoría, introduciendo la noción de probabilidad para dar cuenta de la violación de la ecuación fundamental que gobierna la propia teoría. Este papel es inaceptable, ya que en la medición se ponen en juego interacciones entre el sistema y los aparatos que son de la misma naturaleza que la mecánica cuántica pretende explicar.

El problema se expresa formalmente del siguiente modo. Supongamos que se pretende medir la magnitud $A = \sum_j a_j |a_j\rangle\langle a_j|$ con propiedades de valor representadas por $\Pi_{a_j} = |a_j\rangle\langle a_j|$ en un dado sistema cuántico S. La medición se efectúa por medio de un aparato cuya variable indicadora, es decir la variable que describe los resultados de la medición, es $P_A = \sum_j \alpha_j |\alpha_j\rangle\langle\alpha_j|$. Sus propiedades de valor α_i serán representados por los correspondientes proyectores $\Pi_{\alpha_j} = |\alpha_j\rangle\langle\alpha_j|$. Estas propiedades deben ser macroscópicamente distinguibles, si se las considera de utilidad en la medición; por ejemplo, podrían ser la posición de la aguja del instrumento, o la traza dejada en alguna pantalla de detección, etc.

El estado inicial más general del sistema consiste en una superposición de los autoestados de la magnitud A que se desea medir, por ejemplo, $|\varphi\rangle = \sum_j c_j |a_j\rangle$. El estado inicial del aparato es un estado de referencia que llamamos $|\alpha_0\rangle$. Así, el estado inicial del sistema y aparato es $|\Psi_0\rangle = \sum_j c_j |a_j\rangle|\alpha_0\rangle$. La teoría cuántica de la medición considera la medición como una interacción entre el sistema y aparato durante un tiempo determinado, que aquí suponemos entre t_0 y t_1, y con una dinámica que estará regida por la ecuación de Schrödinger a través del correspondiente operador de evolución $U_A(t_1,t_0)$ (Vanni, 2010, 14-18). En esta situación, se puede probar en general que la medición de la magnitud A por medio de dicho aparato produce la siguiente evolución del estado del sistema compuesto:

$$|\Psi_0\rangle = \sum_j c_j |a_j\rangle|\alpha_0\rangle \quad \rightarrow \quad |\Psi_1\rangle = U(t_1,t_0)|\Psi_0\rangle = \sum_j c_j |a_j\rangle|\alpha_j\rangle \tag{2.13}$$

En el estado final $|\Psi_1\rangle$, los valores de la variable indicadora quedan correlacionados con los valores de la variable que el aparato mide, lo cual da sentido a la medición. Es decir, la obtención de un valor α_i para la variable indicadora del aparato indica que se ha medido el valor a_i en el sistema. El problema que se presenta es que el estado final $|\Psi_1\rangle$ no es un estado de valor definido en la variable indicadora P_A. Es una superposición que involucra los estados $|\alpha_j\rangle$ asociados a propiedades macroscópicamente distinguibles. Sin embargo en la medición se detecta uno y solo uno de los valores α_i. Como esto está en contradicción con (2.13), se asume que la medición no termina allí, sino que otro proceso se lleva a cabo a través del llamado *postulado del colapso* (Vanni 2010, 19). Este postulado afirma que la medición se completa, de alguna manera no explicada, con una evolución indeterminista a uno y sólo uno de los $|\alpha_j\rangle$ del aparato, y por lo tanto, al correspondiente estado $|a_j\rangle$ del sistema. Se introduce así, por medio de la medición, la interpretación de la regla de Born como la probabilidad que regula los aspectos indeterministas del colapso y, por lo tanto, la violación a la ecuación de Schrödinger. Con estos supuestos, la medición puede representarse por la Figura 3.

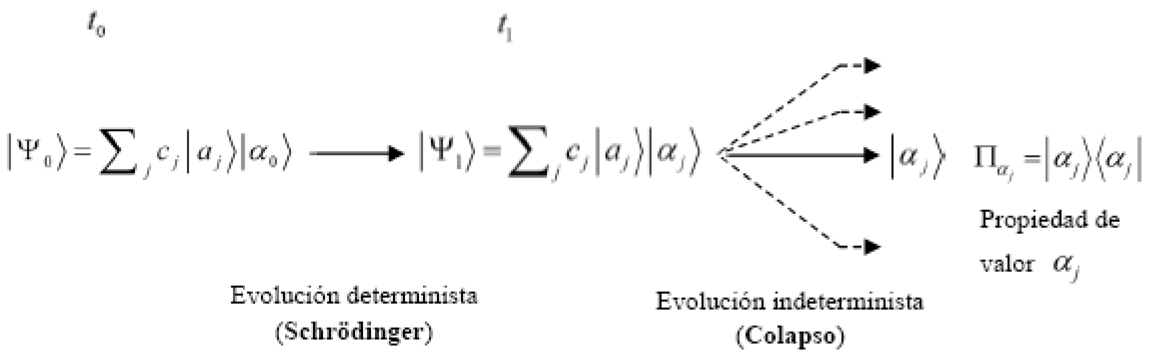

Figura 3

El formalismo de historias consistentes resuelve el problema de la medición considerando que, en términos de historias, no existe evolución determinista alguna. Adicionalmente, el formalismo predice familias de historias que son compatibles con los resultados que impone el colapso en la medición de la variable correspondiente, es decir, familias que contienen propiedades de valor definido del aparato que la mide.

Para ampliar esta idea, consideremos la familia $\mathcal{F}_S$ a dos tiempos, generada por el espacio muestral que determina la descomposición de la identidad $\tilde{I}$ de la siguiente forma:

$$\tilde{I} = (\Pi_{\Psi_0} + \Pi_{\neg\Psi_0}) \otimes (\Pi_{\Psi_1} + \Pi_{\neg\Psi_1})$$

donde $\Pi_{\Psi_0} = |\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|$ es la propiedad correspondiente al estado inicial del sistema compuesto, en el tiempo t_0, antes de la medición, y $\Pi_{\Psi_1} = |\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|$ es la propiedad correspondiente al estado final, en el tiempo t_1, después de la medición. Por tratarse de una familia a dos tiempos, es consistente. Esta familia incorpora la evolución determinada por la ecuación de Schrödinger, por ejemplo en la historia dada por:

$$H_{\text{Schrödinger}} = \Pi_{\Psi_0} \otimes \Pi_{\Psi_1}$$

la cual, se puede probar, tiene peso igual a uno dentro de $\mathcal{F}_S$, es decir $W(H_{\text{Schrödinger}}) = 1$.

Consideremos por otro lado la familia $\mathcal{F}_A$, también a dos tiempos, generada por el espacio muestral que determina la descomposición de la identidad $\tilde{\mathrm{I}}$ dada de la siguiente manera

$$\tilde{\mathrm{I}} = (\Pi_{\Psi_0} + \Pi_{\neg\Psi_0}) \otimes (\mathbf{P}_{\alpha_1} + \mathbf{P}_{\alpha_2} + \cdots + \mathbf{P}_{\alpha_d})$$

Donde $\mathbf{P}_{\alpha_j} = \mathrm{I}_S \otimes \Pi_{\alpha_j} = \mathrm{I}_S \otimes |\alpha_j\rangle\langle\alpha_j|$. Este proyector representa la propiedad de valor $\Pi_{\alpha_j} = |\alpha_j\rangle\langle\alpha_j|$ de la variable indicadora P_A pero incluyéndola en el espacio de Hilbert del sistema compuesto sistema+aparato; por eso se ha multiplicado Π_{α_j} por la identidad del espacio de Hilbert del sistema I_S. Adicionalmente, notemos que hemos supuesto d posibles valores distintos para dicha variable indicadora. Por tratarse de una familia a dos tiempos, $\mathcal{F}_A$ también es consistente, al igual que $\mathcal{F}_S$; por lo tanto $\mathcal{F}_A$ permite una descripción del sistema tan válida como la que permite $\mathcal{F}_S$. Sin embargo $\mathcal{F}_A$ y $\mathcal{F}_S$ son familias incompatibles, en este caso incompatibles por la falta de conmutatividad en sus operadores de historias, la cual a su vez proviene de la falta de conmutatividad de los proyectores en un dado tiempo. Por ejemplo, en el tiempo t_1, Π_{Ψ_1} no conmuta con $\mathbf{P}_{\alpha_j}$.

Lo interesante de la familia $\mathcal{F}_A$ es que en ella quedan habilitadas evoluciones compatibles con el colapso aplicado a la medición de la magnitud A del sistema y, por lo tanto, compatibles con el valor definido en el aparato que mide esa magnitud. Esto es representado por la historia:

$$H_{\text{Colapso}_j} = \Pi_{\Psi_0} \otimes \mathbf{P}_{\alpha_j}$$

la cual, se puede probar, tiene en $\mathcal{F}_A$ un peso igual a la probabilidad calculada con la regla de Born, tal como se esperaría de aplicar el postulado del colapso. En términos del estado del sistema antes de la medición, se puede probar que esta probabilidad es igual a $W\left(H_{\text{Colapso}_j}\right) = Tr\left[\rho_\varphi \Pi_{\alpha_j}\right]$, siendo $\rho_\varphi = |\varphi\rangle\langle\varphi|$ y $\Pi_{\alpha_j} = |\alpha_j\rangle\langle\alpha_j|$.

De este modo, el problema de la medición se resuelve simplemente al permitir familias de historias que contengan evoluciones compatibles con el colapso. Desde esta perspectiva, las paradojas asociadas al problema de la medición, como la famosa paradoja del gato de Schrödinger (Hughes 1989, 279), provienen del error de querer predicar sobre propiedades de los aparatos, que están contenidas en la familia $\mathcal{F}_A$, en términos de evoluciones contenidas en la familia $\mathcal{F}_S$ que, si bien es compatible con la evolución de Schrödinger, no tiene incorporada en sus historias las propiedades del aparato que miden la variable A. Al intentar hacer esto, se mezclan descripciones incompatibles y, por lo tanto, no permitidas. El postulado del colapso es un intento forzado de corregir un error más fundamental, que consiste en intentar predicar sobre propiedades pertenecientes a familias incompatibles. No se puede hablar de la medición de la magnitud A dentro de la familia $\mathcal{F}_S$, porque en ella ni siquiera se encuentran las propiedades del aparato sobre las cuales predicar. Es la familia $\mathcal{F}_A$ la que incorpora las propiedades $\mathbf{P}_{\alpha_j}$ de la variable indicadora del aparato que mide A. Dentro de esta familia, las evoluciones con valor definido en esa variable indicadora están permitidas, nada se viola, y no se requiere ningún postulado adicional para justificarlo.

Esto no significa que $\mathcal{F}_A$ sea la familia correcta y $\mathcal{F}_S$, o cualquier otra familia, sean incorrectas. Se puede desear medir alguna otra magnitud B en el mismo sistema, y para ello se necesitará otro aparato que correlacione B con otra variable indicadora, supongamos P_B. Entonces, para poder discutir acerca de la medición de B, será de utilidad una familia de historias que incorpore las propiedades de la variable indicadora P_B.

Como ya hemos señalado, cada familia de historias consistente determina un universo de discurso válido en el sentido clásico, esto es, en donde los razonamientos se realizan sobre una estructura de propiedades booleana y con una medida de probabilidad kolmogoroviana; pero ese universo de discurso se circunscribe al conjunto de propiedades incorporadas en la familia. Mezclar, en las descripciones, propiedades de familias incompatibles no está permitido, pero no porque conduce a conclusiones falsas, sino porque conduce a sinsentidos. Esta situación puede compararse con las fórmulas lógicas mal formadas sintácticamente, las cuales no son ni falsas ni verdaderas, sino que simplemente carecen de sentido.

3 Historias contextuales ↑

Otro formalismo de historias cuánticas es el llamado formalismo de *Historias Contextuales* o de *Contextos Generalizados* (Laura y Vanni 2009, 2010; Vanni y Laura 2012; Losada, Vanni y Laura 2013, 2015; Losada y Laura 2014). Aquí, al igual que en el formalismo de historias consistentes, la evolución de los sistemas cuánticos se describe en términos de historias, entendidas como secuencias de propiedades bien definidas en distintos tiempos. La diferencia principal respecto de las historias consistentes es que, en el formalismo de historias contextuales, se parte de una relación de equivalencia temporal entre propiedades a distintos tiempos para construir una historia (Vanni 2010). La relación de equivalencia temporal se establece de acuerdo con la evolución dada por los operadores de evolución determinados por la ecuación de Schrödinger. Dicha evolución permite definir clases de equivalencia, donde cada clase será tratada como una propiedad dentro de una estructura lógica de clases. Dentro de esta estructura lógica, el conjunto de historias contextuales se define en términos de conjunciones de clases establecidas por propiedades a distintos tiempos. Si bien la equivalencia para determinar las clases se basa en la evolución regida por la ecuación de Schrödinger, las propiedades a distintos tiempos, que generan cada clase y que luego por conjunciones determinarán la historia, no necesariamente se vinculan entre sí por medio de la ecuación de Schrödinger. Es decir, como en el caso del formalismo de historias consistentes, las historias contextuales no están regidas por la evolución como se entiende en la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica.

3.1 Estructura lógica de clases de equivalencia temporal ↑

La idea básica que define la equivalencia temporal es la de la identificación entre una propiedad y todas sus traslaciones temporales. Para ello trabajaremos en el marco de Heisenberg, donde los proyectores que representan las propiedades cuánticas evolucionan en el tiempo de acuerdo con la ecuación (1.6). Para ser más precisos, diremos que una propiedad de valor p_a, dada a un tiempo t_a y representada cuánticamente por un proyector Π_a, será equivalente a cada propiedad p_x obtenida de trasladar temporalmente p_a hasta el tiempo t_x y, por lo tanto, representada el proyector $\Pi_x = U(t_a, t_x)\, \Pi_a U(t_x, t_a)$, donde $U(t_x, t_a)$ es el operador de evolución temporal del tiempo t_a al t_x. Esto define pares de propiedad y tiempo $(\Pi_a; t_a)$, y una *relación de equivalencia* $\equiv$ entre ellos, de modo que

$$(\Pi_x; t_x) \equiv (\Pi_a; t_a) \quad \Leftrightarrow \quad \Pi_x = U(t_a, t_x)\, \Pi_a U(t_x, t_a)$$

(3.1)

Se puede demostrar que esta relación de equivalencia cumple, reflexividad, transitividad y simetría, como debe cumplir toda relación de equivalencia (Vanni 2010, 57). La identificación de distintos $(\Pi_a; t_a)$, que establece la relación de equivalencia temporal, determina la correspondiente *clase de equivalencia*, que designaremos como

$$[\Pi_x; t_x] = [\Pi_a; t_a]$$

Diremos que la propiedad asociada al proyector Π_a *representa* la clase al tiempo t_a, así como Π_x *representa* la misma clase al tiempo t_x. Cada clase de equivalencia $[\Pi_x; t_x]$ determina una propiedad, que llamaremos "*propiedad de clase*", la cual es independiente del tiempo ya que incorpora todas las evoluciones posibles de una cierta propiedad a un dado tiempo. En términos físicos, todos los representantes de una clase pueden concebirse esencialmente como la misma propiedad extendida temporalmente. Por supuesto, existirán clases incompatibles que provienen de propiedades incompatibles. Dos clases serán incompatibles si existe un tiempo común en los que sus proyectores representantes no conmutan a ese tiempo.

Introducida la noción de clases temporales, lo siguiente será definir los conectivos lógicos habituales entre ellas para lograr establecer una estructura lógica para dichas clases. Aquí consideraremos, al igual que en el formalismo de historias consistentes, que las operaciones entre clases tendrán sentido sólo si tratamos con propiedades compatibles. La idea básica es considerar las operaciones lógicas entre clases como las clases de que tales operaciones definen. Más precisamente, definimos la conjunción, la disyunción y la negación entre propiedades de clases como las correspondientes clases obtenidas de la conjunción, disyunción y negación de las propiedades que son representantes de esas clases *trasladadas a un tiempo común*. Así, si tenemos dos clases $[\Pi_x; t_x]$ y $[\Pi_z; t_z]$, y tomamos como tiempo común t_0, entonces la conjunción entre ellas es dada por $[\Pi_x; t_x] \wedge [\Pi_z; t_z] = [\Pi_{x\wedge z}; t_o]$, la disyunción por $[\Pi_x; t_x] \vee [\Pi_z; t_z] = [\Pi_{x\vee z}; t_o]$, y finalmente la negación de una clase, dada por $\neg[\Pi_x; t_x] = [\mathrm{I} - \Pi_x; t_x]$, donde hemos considerado $\Pi_{x\wedge z}$ y $\Pi_{x\vee z}$ como los proyectores de la disyunción y la conjunción, respectivamente, entre Π_x y Π_z, como ya han sido definidos en las ecuaciones (1.2) y (1.3) para el caso de propiedades cuánticas compatibles.

El conjunto de todas las clases que se pueden construir a través de la equivalencia temporal, con las operaciones lógicas recién definidas, determinan una estructura lógica de propiedades de clase. Como es de esperar, la estructura de propiedades de clase hereda las características de la estructura de sus propiedades cuánticas representantes a un dado tiempo; por consiguiente, se trata, en general, de una estructura no booleana.

En el formalismo de historias consistentes se introdujeron dos nociones muy importantes que aquí volveremos a utilizar. Estamos hablando de la noción de espacio muestral y la de contexto, que ahora buscaremos generalizar en términos de clases. Un espacio muestral de clases de equivalencia estará formado por el conjunto de clases $[\Pi_k; t]$ que provienen de propiedades que determinan un espacio muestral a un dado tiempo t, es decir, cuyos proyectores, a ese tiempo, cumplen $\Pi_k \Pi_{k'} = \delta_{kk'} \Pi_k$ y $\sum_k \Pi_k = \mathrm{I}$. Las disyunciones a partir de los elementos dentro del espacio muestral de clases determinarán un contexto de clases, también llamado *contexto generalizado* (Vanni 2010, 61). El conjunto de clases dentro de un contexto generalizado, con las operaciones consideradas, determina una subestructura booleana.

Como es habitual, luego de establecer una estructura lógica de propiedades, se define una noción de probabilidad para esas propiedades. Aquí definimos las probabilidades de propiedades de clase simplemente como aquéllas que se calculan con la regla de Born aplicada a uno de sus representantes, y con el operador de estado considerado al tiempo en el que se elige dicho representante (Vanni 2010, 62). Más explícitamente, si ρ_{t_x} es el operador de estado a un tiempo t_x, y ρ_{t_a} es el operador de estado al tiempo t_a, entonces la probabilidad para la clase $[\Pi_x; t_x] = [\Pi_a; t_a]$ es dada por

$$\mathcal{P}([\Pi_x;t_x]) = Tr\left[\rho_{t_x}\Pi_x\right] = Tr\left[\rho_{t_a}\Pi_a\right] \tag{3.2}$$

Se puede probar que, así definida, esta probabilidad cumple los axiomas de Kolmogorov dentro de un contexto de clases.

Con la construcción de la estructura de propiedades de clases temporalmente equivalentes, estamos en condiciones de construir el conjunto de historias contextuales.

3.2 Estructura de Historias Contextuales ↑

Consideremos un sistema cuántico, con un espacio de Hilbert H, al que se quiere describir en términos de historias. Supongamos una secuencia de tiempos ordenada $t_0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_n$, y en cada tiempo t_i consideremos una cierta magnitud física A^i del sistema. En ese tiempo asumimos una particular descomposición proyectiva asociada a la magnitud A^i y representada por un conjunto de proyectores $\Pi^i_{K_i}$ correspondiente al rango de valores $\Delta^i_{K_i}$ del espectro de A^i al tiempo t_i. Por tratarse de un descomposición proyectiva, dichos proyectores cumples las condiciones que define un espacio muestral a ese tiempo t_i, es decir $\Pi^i_{K_i}\Pi^i_{K_i'} = \delta_{K_iK_i'}\Pi^i_{K_i}$ y $\sum_{K_i}\Pi^i_{K_i} = \mathrm{I}$, donde I es la identidad en el espacio de Hilbert del sistema.

Para cada K_i, consideremos $\Pi^i_{K_i}$ como el representante al tiempo t_i de la clase $[\Pi^i_{K_i};t_i]$ obtenida de trasladar temporalmente los $\Pi^i_{K_i}$ desde cada t_i, consiguiendo así el conjunto de los $\Pi^x_{K_i} = U(t_i,t_x)\Pi^i_{K_i}U(t_x,t_i)$ proyectores . Si existe un tiempo común t_x en el cual cada uno de los $\Pi^x_{K_i}$ conmutan entre sí, es decir, en el cual

$$\left[\Pi^x_{K_i},\Pi^x_{K_j}\right] = 0 \qquad \text{para} \quad K_i \neq K_j \tag{3.3}$$

entonces el conjunto de las clases $[\Pi^i_{K_i};t_i]$ será compatible, de modo que la conjunción de todas ellas en ese tiempo estará bien definida y dada por

$$[H_K] = \left[\Pi^x_{K_1};t_x\right] \wedge \left[\Pi^x_{K_2};t_x\right] \wedge \cdots \wedge \left[\Pi^x_{K_n};t_x\right] = \left[\Pi^x_{K_1}\Pi^x_{K_2}\cdots\Pi^x_{K_n};t_x\right] = \left[\Pi^x_K;t_x\right] \tag{3.4}$$

con $K = \{K_1, K_2, \cdots K_n\}$. El conjunto de los $[\Pi_K]$ formará un conjunto de clases de propiedades compuestas por la conjunción generada a partir de las propiedades $\Pi^i_{K_i}$ al tiempo t_i. Esta conjunción de clases es la clase de las conjunciones, y su representante al tiempo t_x es dado por $H^x_K = \Pi^x_{K_1}\Pi^x_{K_2}\cdots\Pi^x_{K_n}$. Es fácil demostrar que los H^x_K así definidos determinan una descomposición de la identidad al tiempo t_x, es decir, cumplen $H^x_K H^x_{K'} = \delta_{KK'}H^x_K$ y $\sum_K H^x_K = \mathrm{I}$, por lo que definen un espacio muestral de clases de conjunciones, el cual generará un contexto de dichas clases (Vanni 2010, 73). Es este contexto de clases que llamaremos *familia de historias contextuales*.

Como vemos, a diferencia de historias consistentes, en el formalismo de historias contextuales cada historia, además de ser considerada una secuencia de propiedades a distintos tiempos, por medio de la definición de clases de propiedades temporalmente equivalentes, puede ser considerada también una conjunción de propiedades a distintos tiempos en una estructura lógica definida para esas clases. Las historias están formadas por conjunciones válidas dentro de una subestructura booleanas, definida por el contexto generado por esas conjunciones, y que forma el conjunto de historias contextuales.

A diferencia del formalismo de historias consistentes, en este caso no fue necesario construir un espacio de Hilbert de historias para definir los operadores de historia, sobre los que posteriormente se definió un peso probabilístico como generalización de la regla de Born. En el caso de las historias contextuales, por tratarse de conjunciones, los operadores de historias $H_K^x = \Pi_{K_1}^x \Pi_{K_2}^x \cdots \Pi_{K_n}^x$ son proyectores en el mismo espacio de Hilbert del sistema. Por lo tanto, la probabilidad de una historia puede ser calculada con la regla de Born habitual, que dentro de un contexto cumple los axiomas de Kolmogorov. Así, si ρ_{t_x} es el estado del sistema al tiempo t_x la probabilidad de la historia contextual $[H_K] = [H_K^x; t_x]$ es simplemente

$$\mathcal{P}([H_K]) = Tr\left[\rho_{t_x} H_K^x\right] \tag{3.5}$$

Como vemos, la condición de consistencia en historias consistentes viene a ser reemplazada en historias contextuales por lo que podemos llamar *condición de conmutatividad*, dada por las ecuaciones (3.3). Cuando los proyectores que representan las propiedades consideradas a distintos tiempos para formar una historia conmutan al ser trasladados a un tiempo común, entonces, mediante conjunciones, con esos proyectores se puede generar un contexto de historias en términos de clases, donde las probabilidades calculadas mediante la regla de Born están bien definidas.

3.3 El problema de la medición con historias contextuales ↑

El formalismo de historias contextuales permite describir la lógica detrás del proceso de medición al formular, en términos de historias, los vínculos lógicos entre las propiedades del sistema antes de la medición, y las del aparato luego de la misma (Vanni y Laura 2012). En particular, permite tratar el problema de la medición que hemos presentado en la Sección 3.7 haciendo uso de la probabilidad condicional aplicada a historias de los registros de los aparatos consideradas en mediciones sucesivas a dos tiempos (Vanni 2010, 118; Losada, Vanni y Laura 2015).

Supongamos que se desea medir la magnitud $A = \sum_j a_j \left|a_j\right\rangle\left\langle a_j\right|$ de un sistema cuántico S por medio de un aparato con variable indicadora $P_A = \sum_j \alpha_j \left|\alpha_j\right\rangle\left\langle\alpha_j\right|$ y con propiedades de valor representadas por $\Pi_{\alpha_j} = \left|\alpha_j\right\rangle\left\langle\alpha_j\right|$. Supongamos, además, que la interacción que determina esta primera medición se produce durante el tiempo entre t_0 y t_1 por medio de un operador de evolución $U_A(t_1, t_0)$. A continuación de esta medición, se mide la variable $B = \sum_i b_i \left|b_i\right\rangle\left\langle b_i\right|$ sobre el mismo sistema, por medio de un aparato con variable indicadora $P_B = \sum_i \beta_i \left|\beta_i\right\rangle\left\langle\beta_i\right|$ y con propiedades de valor representadas por $\Pi_{\beta_i} = \left|\beta_i\right\rangle\left\langle\beta_i\right|$. Supongamos que la interacción que determina esta segunda medición se produce durante el tiempo entre t_1 y t_2 por medio de un operador de evolución $U_B(t_2, t_1)$.

Consideramos que, en el tiempo inicial t_0 antes de las dos mediciones, el sistema se encuentra en una superposición general $|\varphi\rangle = \sum_j c_j \left|a_j\right\rangle$, y los aparatos se encuentran en sus estados de referencia $|\alpha_0\rangle$ y $|\beta_0\rangle$. Por consiguiente, en ese tiempo inicial, el estado del sistema compuesto formado por S más los dos aparatos podrá ser representado mediante el estado $|\Psi_0\rangle = \sum_j c_j \left|a_j\right\rangle|\alpha_0\rangle|\beta_0\rangle$. Como hemos visto en la Sección 3.7, es fácil demostrar que la primer medición producirá al tiempo t_1 un estado superposición sin valor definido para la variable indicadora del primer aparato, y otra superposición al tiempo t_2 sin valor definido para la variable indicadora del segundo aparato (Laura y Vanni 2008, 2385). Es aquí donde se manifiesta el problema de la medición que ya hemos señalado en la Sección 3.7, puesto que la experiencia indica que en cualquier medición siempre se registran valores bien definidos en las variables de los aparatos, los cuales se correlacionan con valores bien definidos en las variables del sistema que dichos aparatos miden. Pues bien, en términos de historias contextuales, indaguemos cuál será la distribución de probabilidad para los resultados del segundo aparato, condicionada respecto de un resultado definido en el segundo.

Para ello, consideremos al tiempo t_2 las propiedades de valor de la variable indicadora P_B, pero incluidas en el espacio de Hilbert del sistema compuesto por S y los dos aparatos. Estas propiedades estarán representadas por los proyectores $\mathbf{P}\,{}^{2}_{\beta_i} = \mathrm{I}_S \otimes \mathrm{I}_A \otimes \Pi_{\beta_i}$, donde I_S es la identidad del espacio de Hilbert del sistema S, e I_A es la identidad del espacio de Hilbert del primer aparato. Estos proyectores determinan un espacio muestral al tiempo t_2, por lo que serán los representantes del espacio muestral de clases formado por $\left[\mathbf{P}\,{}^{x}_{\beta_i}; t_x\right]$. Estas clases pueden considerase historias triviales a un único tiempo, las cuales propagan en el tiempo la información del resultado del segundo aparato, y cuya representación al tiempo t_0 es $[H_i] = \left[\mathbf{P}\,{}^{0}_{\beta_i}; t_0\right]$. Por tratarse de historias a un solo tiempo, no requieren cumplir ninguna condición de conmutación.

Al tiempo t_1, consideremos las propiedades de valor de la variable indicadora P_A, también en el espacio de Hilbert del sistema compuesto. Esas propiedades estarán representadas por los proyectores $\mathbf{P}\,{}^{1}_{\alpha_j} = \mathrm{I}_S \otimes \Pi_{\alpha_j} \otimes \mathrm{I}_B$, donde I_B es la identidad del espacio de Hilbert del segundo aparato. De forma análoga, estos proyectores determinan un espacio muestral al tiempo t_1, por lo que serán los representantes del espacio muestral formado por las clases $\left[\mathbf{P}\,{}^{x}_{\alpha_j}; t_x\right]$. También consideramos estas clases como historias triviales a un solo tiempo, cuya representación al tiempo t_0 es $[H_j] = \left[\mathbf{P}\,{}^{0}_{\alpha_j}, t_0\right]$.

Finalmente, definimos historias a dos tiempos formadas de las conjunción de $[H_i]$ y $[H_j]$. De acuerdo con la traslación temporal que determina los operadores de evolución $U_A(t_1, t_0)$ y $U_B(t_2, t_1)$ correspondiente a la primera y segunda medición, es posible demostrar que, en el tiempo común t_0, se cumplen las condiciones de conmutación (3.3) entre los representantes de esas clases (Vanni 2010, 119). Es decir, al tiempo t_0 se tiene $\left[\mathbf{P}\,{}^{0}_{\alpha_j}, \mathbf{P}\,{}^{0}_{\beta_i}\right] = 0$; por lo tanto, se puede definir el conjunto de las historias contextuales de los registros de los aparatos a dos tiempos, dadas por:

$$[H_{ji}] = \left[\mathbf{P}\,{}^{0}_{\alpha_j} \mathbf{P}\,{}^{0}_{\beta_i}; t_0\right]$$

Con todo estos elementos no es complicado demostrar que

$$\mathcal{P}([H_i]/[\mathrm{H}_j]) = \frac{\mathcal{P}([H_{ji}])}{\mathcal{P}([\mathrm{H}_j])} = Tr\left[\rho_{a_j} \Pi_{\beta_i}\right] \tag{3.6}$$

donde $\rho_{a_j} = |a_j\rangle\langle a_j|$. La ecuación (3.6) afirma que la distribución de probabilidad para los valores de la variable indicadora del segundo aparato, asumido un resultado definido en el primero, es igual a la probabilidad que se obtendría de aplicar el postulado del colapso sobre el estado del sistema S después de la primera medición. Sin hacer uso del postulado del colapso, se ha deducido que después de la primera medición, cualquier probabilidad para una medición posterior puede calcularse con la regla de Born aplicada sobre el estado colapsado $\rho_{a_j} = |a_j\rangle\langle a_j|$ del sistema.

La deducción presentada se basa en la definición de probabilidad condicional, y podría obtenerse de manera indirecta aun sin apelar a historias contextuales (Laura y Vanni 2008); sin embargo, es importante la deducción que brinda el formalismo de historias contextuales para encuadrar el resultado en el marco de una posible solución del problema de la medición. En general, se recurre a postular el colapso para justificar valores bien definidos en la teoría, lo cual viola la ecuación de Schrödinger. Lo que aquí se ha hecho es lo contrario: hemos demostrado que, asumiendo valores bien definidos en la primera medición, el colapso puede deducirse sin apelar a un postulado impuesto en la teoría. Los valores bien definidos para primera medición se asumieron como parte de una historia contextual a dos tiempos, lo cual está justificado en el formalismo de historias contextuales, porque su premisa fundamental es considerar las historias como elementos de evolución en términos de propiedades bien definidas a distintos tiempos.

4 Comentarios finales ↑

Ya sea en historias consistentes o en historias contextuales, se pone de relieve la peculiar característica de la mecánica cuántica relacionada con la existencia de perspectivas (contextos) incompatibles. Es decir, descripciones de una misma realidad física que no pueden incorporarse, sin inconsistencias lógicas, a una descripción común que las contenga. Cada formalismo se encarga de definir condiciones que determinen una perspectiva válida de descripción, asegurando en ella una estructura lógica clásica y una fórmula para la probabilidad que se comporta adecuadamente en dicha estructura. Cada perspectiva de descripción se enuncia en términos de historias de evolución, que son vistas como secuencias estocásticas de propiedades bien definidas a distintos tiempos y que no necesariamente responden a la ecuación de Schrödinger. Esto permite sortear los problemas que presenta la mecánica cuántica en relación a su ambigüedad entre el determinismo al nivel de los estados y su indeterminismo al nivel de la asignación de valores a las variables. Sobre esta base, se brinda una respuesta al problema de la medición de una manera sencilla y elegante, si agregados de postulados adicionales.

5 Bibliografía ↑

Aharonov, Yakir y Vaidman, Lev. 1991. “Complete description of a quantum system at a given time”. *Journal of Physics A* 24: 2315-2328.

Ballentine, Leslie. 1990. Quantum Mechanics. London: Editorial Prentice-Hall.

Birkhoff, Garrett y von Neumann, John. 1936. “The logic of quantum mechanics”. *The Annals of Mathematics* 37: 823-843.

Boole, George. 2009. *An Investigation into the Laws of Thought, on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities.* New York: Editorial Cambridge University Press.

Bub, Jeffrey. 1997. *Interpreting the Quantum World.* Cambridge: Editorial Harvard University Press.

Griffiths, Robert. 1984. “Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics”. *Journal of Statistical Physics* 36: 219–272.

Griffiths, Robert. 1996. “Consistent histories and quantum reasoning”. *Physical Review A* 55: 2759-2764.

Griffiths, Robert. 1998. “Choice of consistent family, and quantum incompatibility”. *Physical Review A* 57: 1604-1618.

Griffiths, Robert. 2002. Consistent Quantum Theory. Cambridge: Cambridge University Press.

Griffiths, Robert. 2003. “Probabilities and quantum reality: Are there correlata?”. *Foundations of Physics* 33: 1423-1459.

Griffiths, Robert y Omnès, Roland. 1999. “Consistent histories and quantum measurement”. *Physics Today* 52: 26-31.

Gell-Mann, Murray y Hartle, James. 1990. “Quantum mechanics in the light of quantum cosmology”. En *Complexity, entropy and the physics of information*, editado por W. H. Zurek, 425–458. Redwood: Addison-Wesley.

Gell-Mann, Murray y Hartle, James. 1993. “Classical Equations for Quantum Systems”. *Physical Review D* 47: 3345-3382.

Hughes, Richard. 1989. The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics. Cambridge: Cambridge University Press.

Huang, Kerson. 1963. *Statistical Mechanics*. Cambridge: John Wiley & Sons.

Landau, L. D. y Lifshitz, E. M. 1970. *Mecánica*. Barcelona: Editorial Reverté.

Laura, Roberto y Vanni, Leonardo. 2009. “Time translation of quantum properties”. *Foundations of Physics* 39: 160-173.

Laura, Roberto y Vanni, Leonardo. 2008. “Conditional probabilities and collapse in quantum measurements”. *International Journal of Theoretical Physics* 47: 2382-2392.

Laura, Roberto y Vanni, Leonardo. 2010. “Contextos de historias. Un lenguaje para describir propiedades cuánticas a tiempos diferentes”. En *Filosofia e História da Ciência no Cone Sul. Seleção de Trabalhos do 6º Encontro*. Editado por R. Martins, L. Al-Chueyr P. Martins, C. Silva y L. Lewowicz, 540-547. Campinas. Associação de Filosofia e História da Ciência do Cone Sul (AFHIC).

Lombardi, Olimpia y Vanni, Leonardo. 2010. “Medición cuántica y decoherencia: ¿qué medimos cuando medimos?”. *Scientiae Studia* 8: 273-291.

Losada, Marcelo, Vanni, Leonardo y Laura, Roberto. 2013. “Probabilities for time-dependent properties in classical and quantum mechanics”. *Physical Review A* 87: 52128.

Losada, Marcelo, Vanni, Leonardo y Laura, Roberto. 2015. “The measurement process in the generalized contexts formalism for quantum histories”. *International Journal of Theoretical Physics* 55: 817-824.

Losada, Marcelo y Laura, Roberto. (2014). “Generalized contexts and consistent histories in quantum mechanics”. *Annals of Physics* 344: 263-274.

Mittelstaedt, Peter. 1978. *Quantum Logic*. Dordrecht: Reidel.

Mittelstaedt, Peter. 1998. *The Interpretation of Quantum Mechanics and The Measurement Process*. Cambridge: Cambridge University Press.

Omnès, Roland. 1988, “Logical reformulation of quantum mechanics I. Foundations”, *Journal of Statistical Physics* 53: 893-32.

Omnès, Roland. 1992. “Consistent interpretations of quantum mechanics”. *Review of Modern Physics* 64: 339-381.

Omnès, Roland, 1994. *The Interpretation of Quantum Mechanics*. Princeton: Princeton University Press.

Omnès, Roland, 1999. *Understanding Quantum Mechanics*. Princeton: Princeton University Press.

Sakurai, Jun John. 1994. *Modern Quantum Mechanics*. Reading: Addison-Wesley.

Vanni, Leonardo. 2010. *Historias Contextuales*. Tesis Doctoral. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires.

Vanni, Leonardo y Laura, Roberto. 2008. "Contexto de historias en la teoría cuántica". En *Epistemología e Historia de la Ciencia 2008*", editado por H. Faas y H. Severgnini, 519-528. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba.

Vanni, Leonardo y Laura, Roberto. 2012. "The logic of quantum measurement". *International Journal of Theoretical Physics* 52: 2386-2394.

6 Cómo Citar ↑

Vanni, Leonardo. 2016. "Historias en mecánica cuántica". En Diccionario Interdisciplinar Austral, editado por Claudia E. Vanney, Ignacio Silva y Juan F. Franck. URL=http://dia.austral.edu.ar/Historias_en_mecánica_cuántica

7 Derechos de autor ↑

ISSN: 2524-941X

8 Herramientas académicas ↑

Entradas relacionadas:

Decoherencia cuántica

Otros Recursos en Línea:

The Consistent Histories Approach to Quantum Mechanics

Quantum Mechanics

Collapse Theories